LƯ SĨ PHÁP
Giáo Viên Trường THPT Tuy Phong

ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH 11



CHƯƠNG II

TỔ HỢP VÀ XÁC SUẤT

0939989966 - 0916620899

LỜI NÓI ĐẦU

Quý đọc giả, quý thầy cô và các em học sinh thân mến!

Nhằm giúp các em học sinh có tài liệu tự học môn Toán, tôi biên soạn cuốn giải toán trọng tâm **ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH 11**.

Nội dung của cuốn tài liệu bám sát chương trình chuẩn và chương trình nâng cao về môn Toán đã được Bộ Giáo dục và Đào tạo quy định.

Nội dung gồm 4 phần
Phần 1. Kiến thức cần nắm
Phần 2. Dạng bài tập có hướng dẫn giải và bài tập đề nghị
Phần 3. Phần trắc nghiệm có đáp án.
Phần 4. Một số đề ôn kiểm tra

Cuốn tài liệu được xây dựng sẽ còn có những khiếm khuyết. Rất mong nhận được sự góp ý, đóng góp của quý đồng nghiệp và các em học sinh.

Mọi góp ý xin gọi về số 0939989966 – 0916620899
Email: lsp02071980@gmail.com

Chân thành cảm ơn.

Lư Sĩ Pháp
Gv_Trường THPT Tuy Phong

MỤC LỤC

CHƯƠNG II. TỔ HỢP – XÁC SUẤT

CHƯƠNG II

TỔ HỢP VÀ XÁC SUẤT

---o0o---

§1. HAI QUY TẮC ĐẾM CƠ BẢN

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

Một số kí hiệu

Số phần tử của tập hợp hữu hạn *A*, được kí hiệu là *n*(*A*) hoặc $\left|A\right|$. Chẳng hạn: Nếu $A=\{a;b;c\}$ thí ta nói số phần tử của tập *A* là 3, ta viết $n(A)=3$ hay $\left|A\right|=3$

1. Qui tắc cộng

Giả sử công việc có thể được thực hiện theo phương án *A* hoặc phương án *B*. Có *n* cách chọn phương án *A* và *m* cách chọn phương án *B* (các cách chọn phương án *A* không trùng với bất cứ cách chọn nào của phương án *B*). Khi đó công việc có thể được thực hiện bởi *n* + *m* cách.

Tổng quát:

Giả sử một công việc có thể thực hiện theo một trong *k* phương án $A_1, A_2, \ldots, A_k$. Có n_1 thực hiện phương án A_1, n_2 thực hiện phương án A_2,… và n_k thực hiện phương án A_k. Khi đó công việc đó được thực hiện bởi $n_1 + n_2 + \ldots + n_k$ cách.

- Giả sử *A* và *B* là các tập hợp hữu hạn, không giao nhau. Khi đó: $n\left(A\cup B\right)=n\left(A\right)+n\left(B\right)$ (1)
- Công thức (1) có thể mở rộng theo hai hướng:

a) Nếu *A* và *B* là hai tập hữu hạn bất kì thì $n\left(A\cup B\right)=n\left(A\right)+n\left(B\right)-n\left(A\cap B\right)$ (2)

b) Nếu $A_1, A_2, \ldots, A_m$ là các tập hợp tuỳ ý, đôi một không giao nhau thì

$$n\left(A_1\cup A_2\cup\ldots\cup A_m\right)=n\left(A_1\right)+n\left(A_2\right)+\ldots+n\left(A_m\right)$$

2. Qui tắc nhân

Giả sử một công việc nào đó bao gồm hai công đoạn *A* và *B*. Công đoạn *A* có thể làm theo *n* cách. Với mỗi cách thực hiện công đoạn *A* thì công đoạn *B* có thể làm theo *m* cách. Khi đó công việc có thể thực hiện theo *n.m* cách.

Tổng quát:

Giả sử một công việc nào đó bao gồm k công đoạn . Công đoạn A_1 thể thực hiện theo n_1 cách, công đoạn A_2 có thể thực hiện theo n_2 cách, . . .,công đoạn A_k có thể thực hiện theo n_k cách. Khi đó công việc đó được thực hiện bởi $n_1.\ n_2 \ldots n_k$ cách.

B. BÀI TẬP

Bài 1.1. Trong một lớp có 18 học sinh nam và 12 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn
a) Một bạn phụ trách lớp trưởng ?
b) Hai bạn, trong đó có một nam và một nữ ?

HD Giải

a) Theo quy tắc cộng, ta có 18 + 12 = 30 cách chọn một bạn phụ trách lớp trưởng (hoặc nam hoặc nữ)
b) Muốn có hai bạn gồm một nam và một nữ, ta phải thực hiện hai hành động lựa chọn:
Chọn một nam có 18 cách chọn, khi có một bạn nam rồi, có 12 cách chọn một bạn nữ
Vậy theo qui tắc nhân, ta có 18.12 = 216 cách chọn thoả ycbt.

Bài 1.2. Trên giá sách có 10 quyển sách tiếng Việt khác nhau, 8 quyển sách tiếng Anh khác nhau và 6 quyển sách tiếng Pháp khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn
a) Một quyển sách ?
b) Ba quyển sách tiếng khác nhau ?
c) Hai quyển sách tiếng khác nhau ?

HD Giải

a) Theo qui tắc cộng, ta có 10 + 8 + 6 = 24 cách chọn một quyển sách

b) Theo qui tắc nhân, ta có 10.8.6 = 480 cách chọn ba quyển sách tiếng khác nhau
c) Theo qui tắc nhân, có 10.8 = 80 cách chọn một quyển sách tiếng Việt và tiếng Anh, có 10.6 = 60 cách chọn một quyển sách tiếng Việt và tiếng Pháp và có 8.6 = 48 cách chọn một quyển sách tiếng Anh và tiếng Pháp. Vậy có 80 + 60 + 48 = 188 cách chọn thoả ycbt.

Bài 1.3. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, có bao nhiêu cách chọn một số hoặc là số chẵn hoặc là số nguyên tố ?

HD✍Giải

Kí hiệu $A = \{2,4,6,8\}$ là tập các số chẵn và tập $B = \{2,3,5,7,\}$ là các số nguyên tố
Khi đó, số cách chọn một số hoặc là số chẵn hoặc là số nguyên tố là $A \cup B$.
Mặt khác, theo đề bài ta có $n(A) = 4, n(B) = 4$ và $A \cap B = \{2\}$ hay $n(A \cap B) = 1$. Theo qui tắc cộng mở rộng, ta có $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 4 + 4 - 1 = 7$
Vậy có 7 cách chọn một số thoả ycbt.

Bài 1.4. Trong một trường THPT, khối 11 có: 260 học sinh tham gia câu lạc bộ Tin học, 240 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán học, 50 học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ và 100 học sinh không tham gia câu lạc bô nào trong hai câu lạc bô nêu trên. Hỏi khối 11 của trường đó có bao nhiêu học sinh.

HD✍Giải

Gọi tập hợp học sinh khối 11 ở trường THPT tham gia câu lạc bộ Tinh học và câu lạc bộ Toán học lần lượt là A và B.
Khi đó tập hợp học sinh khối 11 ở trường đó tham gia câu lạc bộ (Tin học và Toán học) là $A \cup B$
Theo bài toán, ta có $n(A) = 260, n(B) = 240, n(A \cap B) = 50$
Theo qui tắc cộng mở rộng, số học sinh khối 11 tham gia câu lạc bộ (Tin học và Toán học) là
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 260 + 240 - 50 = 450$
Vậy khối 11 ở trường đó có 450 + 100 = 550 (học sinh)

Bài 1.5. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà hai chữ số của nó đều chẵn ?

HD✍Giải

Gọi số tự nhiên có hai chữ số đều chẵn có dạng là $\overline{ab}$, với $a, b \in \{0;2;4;6;8\}$ và $a \neq 0$.

Ta có:

	a	b
SCC	4	5

. Vậy có: 4.5 = 20 số thoả ycbt

Bài 1.6. Cho tập nền $B = \{1;2;4;5;7\}$. Có thể lập được từ B:
a) Bao nhiêu số gồm 4 chữ số khác nhau?
b) Bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?
c) Bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau ?

HD✍Giải

a) Gọi số gồm 4 chữ số khác nhau là $\overline{abcd}$; khi đó chọn các đối tượng $a, b, c, d \in B, a \neq b \neq c \neq d$

Ta có:

	a	b	c	d
SCC	5	4	3	2

. Vậy có: 5.4.3.2 = 120 số.

b) Gọi số gồm 4 chữ số khác nhau là $\overline{abcd}$; khi đó chọn các đối tượng $a, b, c, d \in B, a \neq b \neq c \neq d$

Do số cần tìm là số chẵn nên $d \in \{2;4\}$. Ta có:

	a	b	c	d
SCC	4	3	2	2

Vậy có: 4.3.2.2 = 48 số
c) Ta đã có: $120 - 48 = 72$ số.

Bài 1.7. Cho tập nền $B = \{0;1;2;3\}$. Có thể lập được từ B:
a) Bao nhiêu số gồm 4 chữ số khác nhau?
b) Bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?
c) Bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau ?

HD✍Giải

Áp dụng cách giải như bài 1.6, nhưng lưu ý : Chọn số cần tìm $\overline{abcd}$ thì $a \neq 0$

a) Đs: 18 số thoả ycbt
b) Đs: 10 số thoả ycbt
c) Đs: 8 số thoả ycbt

Bài 1.8. Từ các chữ số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên
a) Có 4 chữ số (không nhất thiết khác nhau)
b) Có 4 chữ số khác nhau ?

HD✍Giải

Gọi số có bốn chữ số dạng $\overline{abcd}$, trong đó $a,b,c,d \in \{1,5,6,7\}$

a) Số có bốn chữ số không nhất thiết khác nhau

Ta có:

	a	b	c	d
SCC	4	4	4	4

. Vậy, theo qui tắc nhân, ta có 4.4.4.4 = 256 (số)

b) Số có bốn chữ số khác nhau. Ta có:

	a	b	c	d
SCC	4	3	2	1

. Vậy có 4.3.2.1 = 24 (số)

Bài 1.9. Một kết sắt có 5 núm khoá riêng biệt, mỗi núm khoá đều có vòng đánh số 0;1;2;3;4;5;6;7;8;9. Một dãy 5 chữ số cho một cách mở kết. Có bao nhiêu phương án mở kết khác nhau?

HD✍Giải

Đặt $B = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ Gọi $\overline{abcde}$ là một phương án mở kết tuỳ ý cần tìm.

Ta có:

	a	b	c	d	e
SCC	10	10	10	10	10

. Vậy có $10^5 = 100000$ phương án mở két.

Bài 1.10. Có bao nhiêu số gồm ba chữ số trong đó chỉ có đúng chữ số 5 ?

HD✍Giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abc}$ và $a,b,c \in \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Để số thoả ycbt có ba khả năng xảy ra:

TH1. Các số có dạng $\overline{5bc};(b \neq 5, c \neq 5)$, khi đó ta có 9 cách chọn b và 9 cách chọn b.

Vậy có 9.9 = 81 số dạng $\overline{5bc}$

TH2. Các số có dạng $\overline{a5c};(a \neq \{0;5\}, c \neq 5)$, khi đó ta có 8 cách chọn a và 9 cách chọn c.

Vậy có 8.9 = 72 số dạng $\overline{a5c}$

TH3. Các số có dạng $\overline{ab5};(a \neq \{0;5\}, b \neq 5)$, khi đó ta có 8 cách chọn a và 9 cách chọn b.

Vậy có 8.9 = 72 số dạng $\overline{ab5}$

Tóm lại ta có: 81 + 72 + 72 = 225 số thoả ycbt.

Bài 1.11. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số mà các chữ số đều lớn hơn 4 và đôi một khác nhau ?

HD✍Giải

Đặt $B = \{5,6,7,8,9\}$. Gọi dạng số cần tìm là $\overline{abcde}$, $a,b,c,d,e \in B$

Ta có:

	a	b	c	d	e
SCC	5	4	3	2	1

. Vậy có: 5.4.3.2.1 = 120 số thoả ycbt

Bài 1.12. Cho 8 chữ số 0;1;2;3;4;5;6;7. Từ 8 chữ số trên có thể lập được bao nhiêu số, mỗi số gồm 4 chữ số đôi một khác nhau và không chia hết cho 10 ?

HD✍Giải

Đặt $B = \{0;1;2;3;4;5;6;7\}$. Gọi 4 số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4}$, $a_i \neq a_j; i \neq j, a_1 \neq 0, i, j = \overline{1,4}$, $a_i \in B$

Do bốn số không chia hết cho 10 nên $a_4 \neq 0$. Ta có:

	a_1	a_2	a_3	a_4
SCC	6	6	5	7

Vậy có : 6.6.5.7 = 1260 cách chọn số thoả ycbt.

Bài 1.13. Từ 5 chữ số 0;1;3;5;7 có thể lập được bao nhiêu số, mỗi số gồm 4 chữ số khác nhau và không chia hết cho 5?

HD Giải

Gọi 4 số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4}$, $a_i \neq a_j; a_1 \neq 0$ .Trong đó $a_1, a_2, a_3, a_4 \in B = \{0;1;3;5;7\}$ và do bốn số không chia hết cho 5 nên $a_4 \neq \{0;5\}$.

Ta có:

	a_1	a_2	a_3	a_4
SCC	3	3	2	3

. Vậy có : 3.3.3.2 = 54 cách chọn số thoả ycbt.

Bài 1.14. Có bao nhiêu số chẵn gồm 6 số khác nhau đôi một trong đó chữ số đầu tiên là chữ số lẻ ?

HD Giải

Gọi số có 6 chữ số cần tìm có dạng: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$, $a_i \neq a_j; a_1 \neq 0$, trong đó $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \in B = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Do chữ số đầu tiên là số lẻ nên $a_1 \in \{1,3,5,7,9\}$ và vì là số chẵn nên $a_6 \in \{0;2;4;6;8\}$. Ta có:

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
SCC	5	8	7	6	5	5

Vậy ta có: 5.8.7.6.5.5 = 42000 số chọn thoả ycbt.

Bài 1.15. Cho 5 chữ số 0;1;2;3;4. Từ 5 chữ số đó có thể lập được bao nhiêu số chẵn có 5 chữ số sao cho trong mỗi chữ số đó, mỗi chữ số trên có mặt đúng một lần ?

HD Giải

Gọi số cần tìm có dạng là $\overline{abcde}$, $a,b,c,d,e \in B = \{0;1;2;3;4\}$ ($a \neq 0$ và e là số chẵn nên $e \in \{0;2;4\}$. Khi đó ta xét 3 trường hợp của e.

TH1. Số có dạng $\overline{abcd0}$. Chọn $a,b,c,d \in B = \{1;2;3;4\}$ thì ta có: 4.3.2.1 = 24 số chẵn dạng $\overline{abcd0}$

TH2. Số có dạng $\overline{abcde}$, $e \in \{2;4\}$ có 2 cách chọn, chọn $a \in B = \{1;2;3;4\} \setminus \{e\}$ có 3 cách chọn, chọn $b \in B = \{0;1;2;3;4\} \setminus \{e;a\}$ có 3 cách chọn, chọn $c \in B = \{0;1;2;3;4\} \setminus \{e;a;b\}$ có 2 cách chọn và chọn $d \in B = \{0;1;2;3;4\} \setminus \{e;a;b;c\}$ có 1 cách chọn. Vậy: 2.3.3.2.1 = 36.

Vậy có: 24 + 36 = 60 số thoả ycbt

Bài 1.16. Một trường tiểu học có 50 học sinh đạt danh hiệu cháu ngoan Bác Hồ, trong đó có bốn cặp anh em sinh đôi. Nhà trường cần chọn một nhóm 3 học sinh trong 50 học sinh trên dự Đại hội cháu ngoan Bác Hồ sao cho trong nhóm không có cặp anh em sinh đôi nào. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ?

HD Giải

Một nhóm 3 học sinh sao cho không có cặp em học sinh sinh đôi nào, nên ta có các TH sau: TH1. Trong nhóm có 3 người có 1 người trong bốn cặp sinh đôi.

Chọn 1 người trong bốn cặp sinh đôi có 8 cách chọn người thứ nhất, có 50 – 8 = 42 cách chọn người thứ 2 và có 41 cách chọn người thứ 3. Vậy có 8.42.41 = 13776 cách chọn.

TH2. Trong nhóm 3 người không có ai trong bốn cặp sinh đôi. Có 42 cách chọn người thứ nhất, 41 cách chọn người thứ hai và 40 cách chọn người thứ ba. Vậy có 42.41.40 = 68880 cách chọn

Tóm lại có: 13776 + 68880 = 82656 cách chọn

Bài 1.17. Có 5 con đường nối hai thành phố X và Y, có 4 con đường nối 2 thành phố Y và Z. Muốn đi từ X đến Z phải qua Y.

a) Hỏi có bao nhiêu cách chọn đi từ X đến Z qua Y ?

b) Có bao nhiêu cách chọn đường đi từ X đến Z rồi về lại X bằng những con đường về không trùng với đường đã đi khác nhau ?

HD Giải

a) Có 5 cách chọn đường đi từ X đến Y và có 4 cách chọn đường đi từ Y đến Z. Do đó có 4.5 = 20 cách chọn đường đi từ X đến Z qua Y.

b) Khi trở về từ Z đến Y thì còn 3 con đường để chọn: có 3 cách chọn. Từ Y trở về X thì có 4 con đường để chọn: có 4 cách chọn. Do đó có 3.4 = 12 cách chọn đường đi về không qua con đường đã đi. Vậy có tất cả: 20 . 12 = 240 cách chọn đường đi và về trên tuyến đường từ X đến Z qua Y bằng những con đường khác nhau.

Bài 1.18. Có 4 con đường từ A đến B, 2 con đường nối từ B đến C và 3 con đường nối từ C đến D.
a) Có bao nhiêu cách đi từ A đấn D mà qua B và C chỉ một lần?
b) Có bao nhiêu cách đi từ A đến D rồi quay lại A ?

HD Giải

a) Từ A đến B có 4 con đường, từ B đến C có 2 con đường, từ C đến D có 3 con đường. Từ A muốn đến bắt buộc phải đi qua B và C.
Vậy theo qui tắc nhân, số cách đi từ A đến D là 4.2.3 = 24 (cách)
b) Tương tự, ta có số cách đi từ A đến D rồi trở về A là $4.2.3.3.2.4 = 24^2 = 576$ (cách)

Bài 1.19. Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên mà mỗi số có 6 chữ số khác nhau và chữ số 2 và 3 đứng cạnh nhau?

HD Giải

Số có 6 chữ số và chữ số 2 đứng cạnh số 3. Ta xem (23) là số a. Khi đó gọi số cần tìm là $\overline{abcde}$ (thay vì có 6 chữ số), trong đó $a,b,c,d,e \in B = \{0;1;2;3;4;5\}$. Ta có: 4 cách chọn a, 4 cách chọn b, có 3 cách chọn c, có 2 cách chọn d và có 1 cách chọn e, mà chữ số 2, 3 đứng cạch nhau nên nó là hoán vị cho nhau.
Vậy có : 4.3.2.1.2 = 192 số thoả ycbt.

Bài 1.20. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ.

a) Nhà trường cần chọn một học sinh khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?
b) Nhà trường cần chọn hai học sinh trong đó có một nam, một nữ đi dự trại hè của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

HD Giải

a) Nhà trường cần chọn một học sinh nên: Chọn nam có 280 cách chọn và có 325 cách chọn nữ. Vậy có: 280 + 325 = 605 cách chon.
b) Nhà trường cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ, nên có: Chọn nam có 280 cách chọn và ứng với cách chọn nam ta có 325 cách chọn nữ.
Vậy có: 280.325 = 91000 cách.

Bài 1.21. Có bao nhiêu số tự nhiên lớn hơn 4000 có 4 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 3, 5, 7 nếu:

a) Các chữ số của nó không nhất thiết khác nhau ?
b) Các chữ số của nó khác nhau ?

HD Giải

a) Gọi các số như vậy có dạng $\overline{abcd}$ với $a \in \{5,7\}$, còn b, c và d thuộc $\{1,3,5,7\}$. Do đó

Số các số cần tìm là 2.4.4.4 = 128 số
b) Chữ số a có 2 cách chọn, chữ số b có 3 cách, chọn c có 2 cách và d có 1 cách. Vậy có 2.3.2 = 12 cách chọn số như vậy.

Bài 1.22. Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ trong khoảng (2000; 3000) có thể tạo nên từ các chữ số 1,2,3,4,5,6 nếu:
a) Các chữ số đó không nhất thiết khác nhau ?
b) Các chữ số của nó khác nhau?

HD Giải

a) Các số lẻ trong khoảng (2000; 3000) có dạng $\overline{2abc}$ với $a,b \in \{1,2,3,4,5,6\}$ và $c \in \{1,3,5\}$.

Vậy có 6.6.3 = 108 số

b) Chữ số c có 3 cách chọn, b có 4 cách chọn và a có 3 cách chọn. Vậy có 3.4.3 = 36 số.

Bài 1.23. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và nằm trong khoảng (2000; 4000).

HD✍Giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$.

Số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và nằm trong khoảng (2000; 4000) nên a có thể chọn là 2 hoặc 3.

Do vậy: Số cách chọn a là 2 cách
Số cách chọn b là 9 cách
Số cách chọn c là 8 cách
Số cách chọn d là 7 cách

Vậy: 2.9.8.7 = 1008 (số)

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1.24. Giữa hai thành phố A và B có 5 con đường đi. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến B rồi trở về A mà không có đường nào được đi hai lần ?

Bài 1.25. Có bao nhiêu số nguyên dương gồm không quá ba chữ số khac nhau ?

Bài 1.26. Một lớp có 40 học sinh, đăng kí chơi ít nhất một trong hai môn thể thao: bóng đá và bóng chuyền. Có 30 em đăng kí môn bóng đá, 25 em đăng kí môn bóng chuyền. Hỏi có bao nhiêu em đăng kí cả hai môn thể thao ?

Bài 1.27. Với các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ta có thể lập được bao nhieu số gồm 5 chữ số khác nhau và trong đó phải có mặt chữ số 5.

Bài 1.28. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau?

Bài 1.29. Có bao nhiêu số gồm 3 chữ số khác nhau có thể lập từ các chữ số 0, 2, 4, 6, 8 ?

Bài 1.30. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được:

a) Bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau ?

b) Bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số khác nhau ?

Bài 1.31. Có thể lập ra bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau và số đó phải chia hết cho 5, đồng thời số 1 phải xuất hiện ở một trong ba vị trí đầu tiên ?

§2. HOÁN VỊ - CHỈNH HỢP - TỔ HỢP

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

GIAI THỪA

Cho $n \in \mathbb{N}^*$, tích số 1,2,…,n được gọi là n giai thừa. Kí hiệu n!. Vậy n! = 1.2.3…n với $n \in \mathbb{N}^*$
Qui ước: 0! = 1; 1! = 1
Ta suy ra các kết quả sau:
n! = n.(n – 1)! = n.(n – 1).(n – 2)! = n.(n – 1)(n – 2)…2.1

Nếu $n, m \in \mathbb{N}^*$ và n > m thì: $\frac{n!}{m!} = n(n-1)(n-2)...(m+1)$

Ví dụ: 5! = 5.4.3.2.1 =120; 10! = 10.9! = 10.9.8! = 10.9.8.7! = 10.9.8.7.6.5.4.3.2.1

$\frac{20!}{17!} = 20.19.18 = 6840$

I. <u>HOÁN VỊ</u>

1. <u>Định nghĩa:</u>

Cho tập hợp *A* có *n* phần tử $(n \ge 1)$. Khi sắp xếp *n* phần tử này theo một thứ tự, ta được một hoán vị các phần tử của tập *A*(gọi tắt là hoán vị của *A*)

2. <u>Số hoán vị của *n* phần tử</u>: Kí hiệu P_n. $P_n = n! = n.(n-1).(n-2)\ . . .2.1$

II. <u>CHỈNH HỢP</u>

1. <u>Định nghĩa</u>: Cho tập hợp *A* có *n* phần tử và số nguyên *k*. Khi lấy ra k phần tử của *A* ($1 \le k \le n$) và sắp xếp *k* phần tử này theo một thứ tự, ta được một chỉnh hợp chập *k* của *n* phần tử của *A*(gọi tắt là chỉnh hợp chập *k* của *A*)

2. <u>Số chỉnh hợp chập k của n phần tử</u>: Kí hiệu $A_n^k (n, k \in \mathbb{N}^*)$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n(n-1)...(n-k+1)$$

Nếu k = n thì $A_n^n = \frac{n!}{0!} = \frac{n!}{1} = n! = P_n$. Vậy một chỉnh hợp n chập n được gọi là một hoán vị của n phần tử, từ đó suy ra: $A_n^n = A_n^k.A_{n-k}^{n-k}; 1 \le k \le n$

III. <u>TỔ HỢP</u>

1. <u>Định nghĩa:</u> Cho tập hợp *A* có *n* phần tử và số nguyên *k* với $1 \le k \le n$. Mỗi tập con của *A* có *k* phần tử được gọi là một tổ hợp chập *k* của *n* phần tử của *A* (gọi tắt là một tổ hợp chập *k* của *A*)

2. <u>Số tổ hợp chập k của n phần tử</u>: Kí hiệu $C_n^k (1 \le k \le n, n \in \mathbb{N}^*)$,

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad \text{Hay} \quad C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!} = \frac{A_n^k}{k!}$$

3. <u>Tính chất:</u>

a) $C_n^0 = 1 = C_n^n; C_n^1 = n; n \in \mathbb{N}^*$

b) $C_n^k = C_n^{n-k};\ \ 0 \le k \le n$

c) $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1};\ \ 1 \le k < n$

d) $\sum_{k=0}^{n} C_n^k = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n = 2^n; 0 \le k \le n$

B. BÀI TẬP

<u>Bài 2.1</u>. Có bao nhiêu cách sắp xếp 4 học sinh vào ngồi trong một cái bàn dài đủ chỗ ngồi.

<u>HD Giải</u>

Mỗi cách sắp xếp 4 học sinh vào 4 chỗ ngồi là hoán vị của 4 phần tử.
Vậy số cách sắp xếp là: P_n = 4! = 4.3.2.1 = 24 cách.

Bài 2.2. Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 10 người khách vào mười ghế kê thành một dãy ?

HD✍Giải

Mỗi cách sắp xếp chỗ ngồi của 10 khách theo hàng ngang cho một hoán vị của 10 và ngược lại.
Vậy có 10! cách sắp xếp

Bài 2.3. Có thể lập được bao nhiêu số gồm 4 chữ số khác nhau từ các chữ số 1,2,3,4 ?

HD✍Giải

Trên tập nền $B = \{1;2;3;4\}$. Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$.

Để thành lập số gồm bốn chữ số đó ta cần xếp 4 chữ số của tập nền B vào 4 vị trí hàng nghìn a, hàng trăm b, hàng chục c và hàng đơn vị d. Vậy có tất cả: $P_4 = 4! = 24$ số thoả ycbt. (Dùng quy tắc đếm để giải bài này)

Bài 2.4. Có thể lập được bao nhiêu chữ số lẻ gồm năm chữ số khác nhau từ tập $B = \{0;1;2;3;4\}$

HD✍Giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcde}; a \neq 0; e \in \{1;3\}$. Ta xét hai trường hợp:

TH1. Dạng số: $\overline{abcd1}; a \neq 0$. Chọn $a \in \{2;3;4\}$ có 3 cách chọn, chọn $b,c,d \in \{0;2;3;4\} \setminus \{a\}$ thì số cách chọn là số cách sắp xếp ba số tuỳ ý của tập $\{0;2;3;4\} \setminus \{a\}$ vào nghìn b, hàng trăm c và hàng chục d. Nên có $P_3 = 3! = 6$ cách.

Vậy có :3.6 = 18 số dạng $\overline{abcd1}$

TH2, Dạng số $\overline{abcd3}; a \neq 0$.Lí luận tương tự ta có 18 số dạng $\overline{abcd3}$
Tóm lại, ta có: 18 + 18 = 36 số thoả ycbt.

Bài 2.5. Trong một vòng loại Olympic, trên tám đường bơi, 8 vận động viên không cùng một lúc về đích. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp hạng xảy ra ?

HD✍Giải

Tất cả 8 vận động viên đều về đích nhưng không cùng một lúc(không ai đến đích cùng với một người khác) trên 8 đường bơi, thì cách sắp xếp hạng 8 vận động viên là một hoán vị của 8 phần tử khi sắp xếp vào 8 vị trí (thứ hạng) phân biệt, không lặp.
Nên ta có: $P_8 = 8! = 40320$ kết quả.

Bài 2.6. Tính tổng S của tất cả các số gồm 4 chữ số khác nhau và số đã lập được từ nền $B = \{1;2;3;4\}$ bằng phép hoán vị ?

HD✍Giải

Phép hoán vị trên nền B cho ta thành lập các số gồm bốn số khác nhau là: $P_4 = 4! = 24$ số
Để ý rằng, tất cả các số đều viết dưới dạng cặp đôi như sau:

$$\begin{cases}1234\\4321\end{cases};\begin{cases}1243\\4312\end{cases};\begin{cases}1423\\4132\end{cases};\begin{cases}1432\\4123\end{cases};\begin{cases}4123\\1432\end{cases};\begin{cases}2341\\3214\end{cases};\begin{cases}3241\\2314\end{cases};\begin{cases}3421\\2134\end{cases};\begin{cases}3124\\2431\end{cases};\begin{cases}2413\\3142\end{cases};\begin{cases}4213\\1342\end{cases};\begin{cases}4231\\1324\end{cases}$$ có tổng tất cả 24 số, sắp xếp như trên từng cặp trong 12 cặp có tổng là 5555.
Vậy tổng S = 12.5555 = 66660.

Bài 2.7. Chứng minh rằng trên tập $B = \{1;2;3;4;5;6;7\}$ có thể lập thành được các số gồm bảy chữ số khác nhau mà tổng của chúng thì chia hết cho 720.

HD✍Giải

Phép hoán vị $P_7 = 7! = 5040$, cho ta số các số gồm 7 chữ số khác nhau thành lập được từ B. Để ý rằng trong 5040 số tìm được, ta luôn viết được: $\frac{5040}{2} = 2520$ cặp số có tổng là 8 888 888

Như $\begin{cases}1234567\\7654321\end{cases};\begin{cases}2134567\\6754321\end{cases};\begin{cases}3124567\\5764321\end{cases};$....Nên tổng S của chúng là: S = 2520.8888888

Mà 720 = 90.8 và $\begin{cases}2520:90 = 28\\8888888:8 = 1111111\end{cases}$ .Vậy S chia hết cho 720 (thoả ycbt)

Bài 2.8. Có bao nhiêu cách xếp năm bạn học sinh A,B,C,D và E vào một chiếc ghế dài đủ năm chỗ ngồi

sao cho:
a) Bạn C ngồi chính giữa?
b) Hai bạn A và E ngồi ở hai đầu ghế?

HD✍Giải

a) Xếp C ngồi chính giữa có 1(cách), Xếp A, B, D, E vào bốn chỗ còn lại có $P_4 = 4! = 24$ (cách). Vậy có tất cả là 24 cách xếp thoả ycbt.
b) Xếp A, E ngồi ở hai đầu ghế có 2! = 2 (cách), xếp B, C, D vào ba chỗ còn lại có 3! = 6 (cách). Vậy có tất cả là 2.6 = 12 cách thoả ycbt.

Bài 2.9. Trong một phòng học có hai bàn dài, mỗi bàn có 5 ghế. Người ta muốn xếp chỗ ngồi cho 10 học sinh gồm 5 nam và 5 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi, nếu:
a) Tất cả các học sinh ngồi tuỳ ý ?
b) Tất cả học sinh nam ngồi một bàn và học sinh nữ ngồi một bàn?

HD✍Giải

a) Hai cái bàn và 10 ghế, nên khi xếp 10 học sinh ngồi tuỳ ý, đó là hoán vị của 10 học sinh ứng với 10 ghế. Vậy có $P_{10} = 10! = 3\ 628\ 800$ cách thoả ycbt.
b) Ta có: 5 ghế xếp cho 5 học sinh nam có: 5! cách xếp và 5 ghế xếp cho 5 học sinh nữ có : 5! cách xếp. Vậy hai cái bàn có: 2.(5!)(5!) = 28800 cách xếp thoả ycbt.

Bài 2.10. Có thể lập được bao nhiêu số chẵn có 5 chữ số khác nhau lấy từ 0; 2;3;6;9?

HD✍Giải

Tập nền $B = \{0;2;3;6;9\}$. Số chẵn là những số có tận cùng là 0; 2 và 6 từ tập nền B
- Nếu môt số có 5 chữ số tận cùng là 0 thì bốn chữ số đầu là hoán vị của 2; 3; 6 ;9. tacó $P_4 = 4!$ số như vậy.
- Nếu một số có 5 chữ số tận cùng là 2 thì bốn chữ số đầu là hoán vị của 0; 3; 6; 9 trong đó loại bỏ đi các hoán vị đầu là 0. Ta có: $P_4 = 4!$ Trong đó $P_3 = 3!$ hoán vị bắt đầu là 0. Vậy có 5 chữ số tận cùng là 2 là: $P_4 - P_3 = 4! - 3!$
- Tương tự cho 5 chữ số tận cùng là 6 là: $P_4 - P_3 = 4! - 3!$.
Tóm lại có tất cả là: 4! + 4! – 3! + 4! – 3! = 60 thoả ycbt.

Bài 2.11. Một tổ học sinh có 5 nam và 5 nữ xếp thành một hàng dọc.
a) Có bao nhiêu cách xếp khác nhau ?
b) Có bao nhiêu cách xếp sao cho không có học sinh cùng giới tính đứng kề nhau ?

HD✍Giải

a) Cách xếp 10 học sinh thành một hàng dọc là: 10! = 3 628 800 cách
b) Giả sử học sinh nam xếp vào vi trị chẵn có: 5! (cách), học sinh nữ xếp váo vị trí lẻ có: 5! (cách). Sau đó đổi chỗ: chẵn cho nữ và lẻ cho nam nên có: 2!(cách)
Vậy có: 5!.5!.2! = 28800(cách)

Bài 2.12. Có bao nhiêu số gồm 7 chữ số khác nhau đôi một được lập bằng cách dùng bảy chữ số 1;2;3;4;5;7;9 sao cho 2 chữ số chẵn không nằm liền nhau ?

HD✍Giải

Các số có 7 chữ số lấy từ tập $B = \{1;2;3;4;5;7;9\}$ là một hoán vị của 7 phần tử.
Vậy số cần tìm là: $P_7 = 7!$ (số).
Các số có 7 chữ số mà 2 chữ số chẵn 2; 4 đứng kề nhau là: 2!.6! (số).
Vậy số thoả ycbt: 7! – 2!.6! = 3600(số)

Bài 2.13. Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 10 bạn, trong đó có An và Bình, vào 10 ghế kê thành hàng ngang, sao cho:
a) Hai bạn An và Bình ngồi cạnh nhau ?
b) Hai bạn An và Bình không ngồi cạnh nhau?

HD✍Giải

a) Có 2.9 = 18 cách xếp chỗ cho An và Bình ngồi cạnh nhau, 8 bạn kia được xếp vào 8 chỗ còn lại. Vậy có 8! Cách xếp 8 bạn còn lại và do đó có 18.8! cách xếp sao cho An và Bình ngồi cạnh nhau.
b) Có 10! Cách xếp chỗ ngồi cho 10 bạn. Từ đó có 10! – 18.8! = 72.8! cách xếp chỗ cho 10 bạn mà An và Bình không ngồi cạnh nhau.

Bài 2.14. Có 6 học sinh được xếp ngồi vào 6 chỗ đã ghi số thứ tự trên mặt bàn dài.

a) Tìm số cách sắp xếp 6 học sinh này ngồi vào bàn ?
b) Tìm số cách sắp xếp 6 học sinh này sao cho hai học sinh A và B không ngồi cạnh nhau?

HD Giải

a) Mỗi một cách sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 6 chỗ có ghi số thứ tự là một hoán vị 6 phần tử. Vậy số cách sắp xếp là: $P_6 = 6! = 720$(cách).
b) Mỗi một cách sắp xếp A và B hoặc B và A theo thứ tự đó ngồi cạnh nhau là một hoán vị của 5 phần tử. Vậy cách xếp A và B ngồi cạnh nhau là: $2.P_5 = 2.5!$(cách)
Vậy số cách sắp xếp cần tìm là: $720 – 2.5! = 480$(cách)

Bài 2.15. Từ ba đỉnh của tam giác ABC có thể lập được bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{O}$.

HD Giải

Hai điểm bất kì phân biệt xác định được hai vectơ khác vectơ $\vec{O}$. Từ ba đỉnh A, B, C của tam giác ABC thì không có điểm nào thẳng hàng và hai điểm tuỳ ý thì luôn phân biệt nhau. Do đó ta lấy hai điểm tuỳ ý trong ba điểm thì số vectơ lập được là chỉnh hợp chập 2 của 3 phần tử

Vậy: $A_3^2 = \dfrac{3!}{(3-2)!} = 3.2 = 6$ (vectơ)

Bài 2.16. Cho một đa giác lồi có 15 cạnh. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{O}$ với điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của đa giác ?

HD Giải

Đa giác lồi có 15 cạnh nên có 15 đỉnh , hai đỉnh thì luôn phân biệt nhau và cứ 3 đỉnh thì không thẳng hàng. Do đó ta lấy 2 điểm tuỳ ý trong 15 điểm thì số vectơ lập được là một chỉnh hợp chập 2 của 15 phần tử. Vậy số vectơ là: $A_{15}^2 = \dfrac{15!}{(15-2)!} = 15.14 = 210$ (vectơ)

Bài 2.17. Một câu lạc bộ Toán học lúc thành lập có 14 thành viên, cần bầu chọn ra một thành viên làm giám đốc CLB, một thành viên làm phó giám đốc CLB và một thành viên làm kế toán trưởng CLB. Hỏi có bao nhiêu cách chọn để bầu mà không có ai kiêm nhiệm ?

HD Giải

Khi bầu chọn 3 thành viên trong 14 thành viên ra làm giám đốc, phó giàm đốc và kế toán trưởng ($k < n$) thì thứ tự cần đảm bảo.

Nên cách số cách chọn để bầu người không kiêm nhiệm là: $A_{14}^3 = \dfrac{14!}{(14-3)!} = 2184$ (cách)

Bài 2.18. Có bao nhiêu số nguyên dương gồm 5 chữ số khác không và khác nhau đôi một?

HD Giải

Mỗi số cần tìm có dạng: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$, trong đó $a_i \neq a_j; i \neq j$ và $a_i \in \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}, i = 1,...,5$. Như vậy ta có thể coi mỗi số dạng trên là một chỉnh hợp chập 5 của 9 chữ số. Vậy số cần tìm là:

$A_9^5 = \dfrac{9!}{(9-5)!} = 15120$ (số)

Bài 2.19. Giả sử có bảy bông hoa màu khác nhau và ba lọ khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách cắm ba bông hoa vào ba lọ đã cho (mỗi lọ cắm một bông)?

HD Giải

Vì bảy bông hoa màu khác nhau và ba lọ cắm hoa khác nhau nên mỗi lần chọn ra ba bông hoa để cắm vào ba lọ, ta có một chỉnh hợp chập 3 của 7 phần tử. Vậy số cách cắm hoa vào ba lọ khác nhau là:

$A_7^3 = \dfrac{7!}{(7-3)!} = 210$ (cách)

Bài 2.20. Có bao nhiêu cách mắc nối tiếp 4 bóng đèn được chọn từ 6 bóng đèn khác nhau?

HD Giải

Mắc nối tiếp 4 bóng đèn từ 6 bóng đèn khác nhau là một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử. Vậy số cách mắc là: $A_6^4 = \dfrac{6!}{(6-4)!} = 360$ (cách)

Bài 2.21. Từ nền $B = \{0;1;3;5;7\}$ có thể lập được bao nhiêu số gồm ba chữ số khác nhau ?

HD✍Giải

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abc}; a \neq 0$ và xét hai thường hợp

TH1. Chọn $a \in B \setminus \{0\} \Rightarrow$ có 4 cách chọn

TH2. Chọn $b,c \in B \setminus \{a\}$ tương đương việc sắp xếp 2 chữ số tuỳ ý của $b,c \in B \setminus \{a\}$ vào hai vị trí còn lại (k < n và tình thứ tự phải đảm bảo) $\Rightarrow$ có $A_4^2 = \dfrac{4!}{(4-2)!} = 12$ cách chọn

Vậy số cần tìm là: 4.12 = 48 (số)

Cách khác: Số có nghĩa và không có nghĩa gồm ba chữ số lập được từ B là một chinh hợp chập 3 của 5 phần tử trong B. $A_5^3 = \dfrac{5!}{(5-3)!} = 60$ (số). Số các số nghĩa: $\overline{0bc}$ cần loại bỏ đi tương đương việc sắp xếp $b,c \in \{1;3;5;7\}$ vào hai vị trí cò lại và tính thứ tự phải bảo đảm. Số đó là chỉnh hợp chập 2 của 4 phần tử: $A_4^2 = \dfrac{4!}{(4-2)!} = 12$ (số).

Vậy số cần tìm là: 60 – 12 = 48 số

Bài 2.22. Cho tập nền $B = \{0;1;2;3;4;5\}$. Có thể lập được bao nhiêu số chẵn, mỗi số gồm 5 chữ số khác nhau ?

HD✍Giải

Gọi số cần tìm là: $\overline{abcde}; a \neq 0; e \in \{0;2;4\}$ và $a,b,c,d \in \{0;1;2;3;4;5\}$. Xét các trường hợp:

TH1. Dạng số $\overline{abcd0}; a \neq 0$, Chọn $a,b,c,d \in \{1;2;3;4;5\}$ có $A_5^4 = \dfrac{5!}{(5-4)!} = 120$ (số dạng $\overline{abcd0}$)

TH2. Dạng số $\overline{abcd2}; \overline{abcd4}; a \neq 0$. Chọn $a \in \{1;3;4;5\}$ *hay* $a \in \{1;2;3;5\}$ đều có 4 cách chọn, chọn $a,b,c,d \in \{1;2;3;4;5\}$ có $A_4^3 = \dfrac{4!}{(4-3)!} = 24$ số. Vậy số dạng $\overline{abcd2}; \overline{abcd4}; a \neq 0$ có 2.4.24 = 192(số)

Vậy số cần tìm là: 120 + 192 = 312 (số)

Bài 2.23. Với tập nền $B = \{0;1;2;3;4;5;6\}$, ta có thể lập được bao nhiêu số gồm 5 chữ số khác nhau và trong đó phải có mặt chữ số 5 ?

HD✍Giải

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abcde}; a \neq 0; a,b,c,d,e \in B$. Số có 5 chữ số phải có mặt chữ số 5 ta xét các trường hợp:

TH1. Dạng $\overline{5bcde}$, chọn $b,c,d,e \in \{0;1;2;3;4;6\}$ có $A_6^4 = \dfrac{6!}{(6-4)!} = 360$ (số)

TH2. Dạng các $\overline{a5cde}\left(\overline{ab5de}; \overline{abc5e}; \overline{abcd5}\right); a \neq 0$. Chọn $a \in \{1;2;3;4;6\}$ có 5 cách chọn, chọn $b,c,d \in \{0;1;2;3;4;6\} \setminus \{a\}$ có $A_5^3 = \dfrac{5!}{(5-3)!} = 60$ (số).

Có bốn số dạng trên nên có 4.60 =1200 (số)

Vậy có 360 + 1200 = 2560 số thoả ycbt.

Bài 2.24. Từ 7 chữ số 0;1;2;3;4;5;6 có thể lập được bao nhiêu số chẵn, mỗi số gồm 5 chữ số khác nhau?

HD✍Giải

Số cần tìm có dạng $\overline{abcde}; a \neq 0; a,b,c,d,e \in B = \{0;1;2;3;4;5;6\}$ và là số chẵn.

TH1. Dạng $\overline{abcd0}$. Chọn $a,b,c,d \in \{1;2;3;4;5;6\}$ có $A_6^4 = \dfrac{6!}{(6-4)!} = 360$ số dạng $\overline{abcd0}$

TH2. Dạng các $\overline{abcd2}\left(\overline{abcd4};\overline{abcd6}\right); a \neq 0$. Chọn $a \in \{1;3;4;5;6\} \setminus \{e\}$ có 5 cách chọn, chọn

$b,c,d \in \{0;1;3;4;5;6\} \setminus \{a;e\}$ có $A_5^3 = \dfrac{5!}{(5-3)!} = 60$ (số).

Vậy có 5. 60 = 300 số dạng $\overline{abcd2}$

Có ba số dạng trên nên có: 3.300 = 900 số

Tóm lại có: 360 + 900 = 1260 số thoả ycbt.

Bài 2.25. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau chia hết cho 10 (chữ số hàng vạn khác 0)?

HD✍Giải

Số có 5 chữ số khác nhau chia hết cho 10 có dạng: $\overline{abcd0}; a \neq 0$ trong đó

$a,b,c,d \in B = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ do $a \neq 0$, khi đó ta có $A_9^4 = \dfrac{9!}{(9-4)!} = 3024$ số thoả ycbt.

Bài 2.26. Cho 6 chữ số 1;2;3;4;5;6. Có thể tạo ra bao nhiêu số gồm 4 chữ số khác nhau? Trong đó có bao nhiêu số chia hết cho 5 ?

HD✍Giải

Số gồm bốn chữ số khác nhau có dạng $\overline{abcd}; a \neq 0$ trong đó

$a,b,c,d \in B = \{1;2;3;4;5;6\}$ nên ta có: $A_6^4 = \dfrac{6!}{(6-4)!} = 360$ (số).

Số $\overline{abcd}; a \neq 0$ chia hết cho 5 khi d = 5 và chọn $a,b,c \in \{1;2;3;4;6\}$ có

$A_5^3 = \dfrac{5!}{(5-3)!} = 60$ (số)

Bài 2.27. Từ tập nền $B = \{0;1;2;3;4;5;6\}$ có thể lập được :

a) Bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau ?

b) Bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số khác nhau ?

HD✍Giải

a) Nếu kể cả trường hợp số 0 đứng đầu, thì ta có: A_7^5 số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau.

Trong A_7^5 các số đó gồm có A_6^4 số gồm 5 chữ số mà chữ số 0 đứng đầu. Vậy số gồm 5 chữ số khác nhau lập từ tập nền B là: $A_7^5 - A_6^4 = 2160$ (số)

b) Xem bài 2.22

Bài 2.28. Xét các chữ số gồm 9 chữ số, trong đó có 5 chữ số 1 và 4 chữ số còn lại là 2,3,4,5. Hỏi có bao nhiêu số như thế, nếu:

a) 5 chữ số 1 được xếp kề nhau ?

b) Các chữ số được xếp tuỳ ý ?

HD✍Giải

a) Gọi nhóm 11111 là số a. Bài toán yêu cầu ta cần sắp xếp năm số : a,2,3,4,5 vào 5 vị trí khác nhau. Số cách sắp xếp là: $P_5 = 5! = 120$ số thoả ycbt.

b) Lập một số có 9 chữ số thoả mãn yêu cầu, thực chất là việc xếp bốn số 2,3,4,5 vào 4 vị trí tuỳ ý trong 9 vị trí, còn 5 vị trí còn lại thì chữ số 1 lặp 5 lần.

Vậy có: $A_9^4 = \dfrac{9!}{(9-4)!} = 3024$ số thoả ycbt.

Bài 2.29. Cần phân công ba bạn từ một tổ có 10 bạn để trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách phân công khác nhau ?

HD✍Giải

Kết quả của sự phân công là một nhóm gồm ba bạn, tức là một tổ hợp chập 3 của 10 ban. Vậy số cách phân công là: $C_{10}^3 = \dfrac{10!}{3!(10-3)!} = 120$ (cách)

Bài 2.30. Trong mặt phẳng có 6 đường thẳng song song với nhau và 8 đường thẳng khác cũng song song

với nhau đồng thời cắt 6 đường thẳng đã cho. Hỏi có bao nhiêu hình bình hành được tạo nên bởi 14 đường thẳng đã cho ?

HD Giải

Gọi A và B lần lượt là tập hợp 6 đường thẳng song song với nhau và 8 đường thẳng song song cắt 6 đường thẳng đã cho. Mỗi hình bình hành được tạo bởi hai đường thẳng của tập A và hai đường thẳng của tập B. Vậy số hình bình hành cần tìm là: $C_6^2.C_8^2 = 15.28 = 420$ (hình)

Bài 2.31. Có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của chúng thuộc tập hợp gồm 10 điểm nằm trên đường tròn?

HD Giải

Cứ ba điểm dựng được một tam giác. Vậy có thể dựng được $C_{10}^3 = \dfrac{10!}{3!(10-3)!} = 120$ tam giác.

Bài 2.32. Một đa giác lồi 20 cạnh có bao nhiêu đường chéo ?

HD Giải

Số đoạn nối hai đỉnh của đa giác đã cho là C_{20}^2, số cạnh của đa giác là 20. Vậy số đường chéo cần tìm là: $C_{20}^2 - 20 = 170$ đường chéo

Bài 2.33. Một nhóm có 10 học sinh, dự định bầu ra một ban đại diện gồm 3 người.
a) Có bao nhiêu cách bầu như dự định ?
b) Có bao nhiêu cách bầu như dự định, nhưng bắt buộc trong mỗi cách bầu phải có mặt nhóm trưởng ?

HD Giải

a) Chọn ra ba học sinh (k = 3 trong 10 học sinh đại diện n =10) để có được một cách bầu (không tính thứ tự). Nên số cách bầu là: $C_{10}^3 = \dfrac{10!}{3!(10-3)!} = 120$ (cách).

b) Để ý mỗi cách bầu 3 đại diện trong đó phải có mặt nhóm trưởng, tương đương việc chọn 2 đại diện trong 9 người (không có nhóm trưởng). Nên số cách bầu là: $C_9^2 = \dfrac{9!}{2!(9-2)!} = 36$ (cách)

Bài 2.34. Một tổ sinh viên có 20 em, trong đó 8 em chỉ biết tiếng Anh, 7 em chỉ biết tiếng Pháp và 5 em chỉ biết tiếng Đức. Cần lập một nhóm đi thực tế gồm 3 em biết tiếng Anh, 4 em biết tiếng Pháp, 2 em biết tiếng Đức. Hỏi có bao nhiêu cách lập nhóm đi thực tế từ tổ sinh viên đó ?

HD Giải

Số cách chọn 3 em biết tiếng Anh là: $m_1 = C_8^3 = 56$ cách

Số cách chọn 4 em biết tiếng Pháp là : $m_2 = C_7^4 = 35$ cách

Số cách chọn 2 em biết tiếng Đức là : $m_3 = C_5^2 = 10$ cách

Vậy số cách lập một nhóm đi thực tế là: $M = m_1.m_2.m_3 = 19600$(cách)

Bài 2.35. Một tổ gồm có 8 nam và 6 nữ. Cần lấy một nhóm 5 người trong đó có 2 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ?

HD Giải

Có $m_1 = C_6^2 = 15$ cách chọn 2 nữ và có $m_2 = C_8^3 = 56$ cách chọn 3 nam.

Vậy có tất cả: $M = m_1.m_2 = 15.56 = 840$ cách chọn thoả ycbt.

Bài 2.36. Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2. Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác có các đỉnh là 3 điểm trong 37 điểm đã chọn trên d_1 và d_2.

HD Giải

Trên d_1 có 17 điểm phân biệt, như vậy số đoạn thẳng nối hai đầu mút là 2 trong 17 điểm đó là: $C_{17}^2 = 136$(đoạn thẳng)

Tương tự: có $C_{20}^2 = 190$(đoạn thẳng với đầu mút) là 2 trong 20 điểm cho trên d_2.

Xét một điểm đã cho trong 17 điểm trên d_1, ứng với mỗi đoạn gồm 2 điểm trong 20 điểm trên d_2 ta được một tam giác. Nên có 17.190 = 3230 tam giác với 2 đỉnh trên d_2, 1 đỉnh trên d_1

Tương tự như vậy có 20 . 136 = 2720 tam giác với 2 đỉnh trên d_1, 1 đỉnh trên d_2.

Vậy có : 3230 + 2720 = 5950 tam giác thoả ycbt.

Bài 2.37. Trên một mặt phẳng, 9 đường thẳng song song cắt 10 đường thẳng song song khác thì tạo nên

bao nhiêu hình bình hành trên mặt phẳng đó ?

HD Giải

Gọi A và B lần lượt là tập hợp 9 đường thẳng song song với nhau và 10 đường thẳng song song cắt 9 đường thẳng đã cho. Mỗi hình bình hành được tạo bởi hai đường thẳng của tập A và hai đường thẳng của tập B. Vậy số hình bình hành cần tìm là: $C_9^2.C_{10}^2 = 36.46 = 1620$ (hình)

Bài 2.38. Một tổ có 7 nam sinh và 4 nữ sinh. Giáo viên cần chọn 3 học sinh xếp bàn ghế của lớp, trong đó có ít nhất 1 nam sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ?

HD Giải

Số cách chọn 3 học sinh xếp bàn ghế của lớp, trong đó có ít nhất 1 nam sinh là: $C_4^2.C_7^1 + C_4^1.C_7^2 + C_7^3 = 161$ (cách)

Bài 2.39. Có 5 nhà Toán học nam, 3 nhà Toán học nữ và 4 nhà Vật lý nam. Lập một đoàn công tác 3 người cần có cả nam và nữ. Cần có cả nhà Toán học và nhà Vật lý. Hỏi có bao nhiêu cách lập ?

HD Giải

Để ý giả thiết yều cầu có cả nam và nữ, có cả nhà Toán học và nhà Vật lý. Nên trong đoàn công tác cần phải có 1 nhà Vật lý luôn là Nam và 1 nhà Toán học nữ. Lúc đó người thứ ba có thể là: nhà Toán học nam hoặc nhà Vật lý nam hoặc nhà toán học nữ.

Vậy có: $C_5^1.C_3^1.C_4^1 + C_3^2.C_4^1 + C_3^1.C_4^2 = 90$ cách chọn thoả ycbt.

Bài 2.40. Có bao nhiêu số gồm 6 chữ số khác nhau đôi một trong đó có đúng 3 chữ số lẻ và 3 chữ số chẵn (chữ số đầu tiên phải khác 0)?

HD Giải

Số cần tìm có dạng $\overline{abcdef}$, với a,b,c,d,e,f thuộc vào một trong hai nhóm .

TH1. Nhóm chữ số chẵn và lẻ: $\{0;2;4;6;8\};\{1;3;5;7;9\}$. Lấy 3 chữ số lẻ trong 5 số lẻ có: $C_5^3 = 10$ cách.

Lấy 3 chữ số chẵn trong 5 chữ số chẵn có: $C_5^3 = 10$ cách. Do mỗi nhóm 3 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ khác nhau tạo được nên có 6! = 720 số có 6 chữ số (kể cả a = 0)

Vậy có: 10.10.720 = 72000số 6 chữ số khác nhau, trong đó 3 chữ số lẻ và 3 chữ số chẵn (kể cả a = 0)

TH2. Khi a = 0. Lấy 3 chữ số lẻ trong 5 số lẻ có: $C_5^3 = 10$ cách. Lấy 2 chữ số chẵn trong 4 chữ số chẵn có: $C_4^2 = 6$ cách. Do mỗi nhóm 3 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ khác nhau tạo được nên có 5! = 120 số

Vậy có: 10.6.120 = 7200số 6 chữ số khác nhau, trong đó 3 chữ số lẻ và 3 chữ số chẵn và số đầu tiên bằng 0.

Tóm lại có 72000 – 7200 = 64800 số lập được thoả ycbt.

Bài 2.41. Có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của chúng là các đỉnh của thập giác?

HD Giải

Mỗi tam giác được tạo bởi một tập hợp 3 đỉnh của thập giác và ngược lại. Như vậy, số tam giác bằng số các tổ hợp chập 3 của 10 đỉnh, tức là bằng : $C_{10}^3 = 120$

Bài 2.42. Có bao nhiêu đường chéo của thập giác ?

HD Giải

Từ 10 đỉnh của thập giác có thể kẻ được $C_{10}^2 = 45$ đoạn thẳng trong đó có 10 cạnh của thập giác.

Vậy ta có: 45 – 10 = 35 (đường chéo)

Bài 2.43. Đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C. Cần chọn bốn học sinh đi làm nhiệm vụ, sao cho 4 học sinh này thuộc không quá 2 trong 3 lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy ?

HD Giải

Số cách chọn 4 học sinh từ 12 học sinh đã cho là $C_{12}^4 = 495$

Số cách chọn 4 học sinh mà mỗi lớp có ít nhất một em được tính như sau:

- Lớp A có 2 học sinh, các lớp B, C có 1 học sinh. Số cách chọn: $C_5^2.C_4^1.C_3^1 = 120$
- Lớp B có 2 học sinh, các lớp C, A có 1 học sinh. Số cách chọn: $C_5^1.C_4^2.C_3^1 = 90$
- Lớp C có 2 học sinh, các lớp B, A có 1 học sinh. Số cách chọn: $C_5^1.C_4^1.C_3^2 = 60$

Số cách chọn học sinh mà mỗi lớp có ít nhất một học sinh là: 120 + 90 + 60 = 270
Vậy số cách chọn cần tìm là: 495 – 270 = 225.

Bài 2.44. Chứng minh rằng $\frac{n+1}{n+2}\left(\frac{1}{C_{n+1}^{k}}+\frac{1}{C_{n+1}^{k+1}}\right)=\frac{1}{C_{n}^{k}}$ (n, k là số nguyên dương, $k \le n$)

HD Giải

Ta có

$$\frac{n+1}{n+2}\left(\frac{1}{C_{n+1}^{k}}+\frac{1}{C_{n+1}^{k+1}}\right)=\frac{n+1}{n+2}.\frac{k!(n+1-k)!+(k+1)!(n-k)!}{(n+1)!}$$

$$=\frac{1}{n+2}.\frac{k!(n-k)!}{n!}[(n+1-k)+(k+1)]=\frac{k!(n-k)!}{n!}=\frac{1}{C_{n}^{k}}$$

Bài 2.45. Tìm giá trị của biểu thức $M=\frac{A_{n+1}^{4}+3A_{n}^{3}}{(n+1)!}$. Biết rằng $C_{n+1}^{2}+2C_{n+2}^{2}+2C_{n+3}^{2}+C_{n+4}^{2}=149$

HD Giải

Điều kiện $n \ge 3, n \in \mathbb{N}$. Ta có $C_{n+1}^{2}+2C_{n+2}^{2}+2C_{n+3}^{2}+C_{n+4}^{2}=149 \Leftrightarrow n^2+4n-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=5 \\ n=-9 \end{array}\right.$

Nhận n = 5 và $M=\frac{A_{6}^{4}+3A_{5}^{3}}{6!}=\frac{3}{4}$

Bài 2.46. Chứng minh rằng với $4 \le k \le n, k, n \in \mathbb{Z}^{+}$ ta có:
$C_{n}^{k}+4C_{n}^{k-1}+6C_{n}^{k-2}+4C_{n}^{k-3}+C_{n}^{k-4}=C_{n+4}^{k}$

HD Giải

Sử dụng PP nhóm các hạng tử thích hợp và sử dụng hằng đẳng thức Pa-xcan.

$$\text{VT}=\left(C_{n}^{k}+C_{n}^{k-1}\right)+3\left(C_{n}^{k-1}+C_{n}^{k-2}\right)+3\left(C_{n}^{k-2}+C_{n}^{k-3}\right)+\left(C_{n}^{k-3}+C_{n}^{k-4}\right)$$

$$=C_{n+1}^{k}+3C_{n+1}^{k-1}+3C_{n+1}^{k-2}+C_{n+1}^{k-3}=\left(C_{n+1}^{k}+C_{n+1}^{k-1}\right)+2\left(C_{n+}^{k-1}+C_{n+1}^{k-2}\right)+\left(C_{n+1}^{k-2}+C_{n+1}^{k-3}\right)$$

$$=C_{n+2}^{k}+2C_{n+2}^{k-1}+C_{n+2}^{k-2}=\left(C_{n+2}^{k}+C_{n+2}^{k-1}\right)+\left(C_{n+2}^{k-1}+C_{n+2}^{k-2}\right)$$

$$=C_{n+3}^{k}+C_{n+3}^{k-1}=C_{n+4}^{k}=VP$$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 2.47. Cô giáo chia 4 quả táo, 3 quả cam và 2 quả chuối cho 9 cháu (mỗi cháu một quả). Hỏi có bao nhiêu cách chia khác nhau ? (Đs: 1260 cách)

Bài 2.48. Có bao nhiêu tập con của tập hợp gồm bốn điểm phân biệt ? (Đs: 16 tập con)

Bài 2.49. Trong một đa giác đều bảy cạnh, kẻ các đường chéo. Hỏi có bao nhiêu giao điểm của các đường chéo, trừ các đỉnh ? (Đs: 35 giao điểm)

Bài 2.50. Tìm các số nguyên dương gồm năm chữ số sao cho mỗi chữ số của số đó lớn hơn chữ số ở bên phải của nó.(Đs: 252 số)

Bài 2.51. Có bao nhiêu cách xếp chỗ cho 4 bạn nữ và 6 bạn nam ngồi vào 10 ghế mà không có hai bạn nữ nào ngồi cạnh nhau, nếu:

a) Ghế sắp thành hàng ngang ? (Đs: $4!.C_{7}^{4}$ cách)

b) Ghế sắp quanh một bàn tròn ?(Đs: $5!.A_{6}^{4}$ cách)

Bài 2.52. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a. $A=\frac{7!4!}{10!}\left(\frac{8!}{3!5!}-\frac{9!}{2!7!}\right)$ (Đs: $A=\frac{2}{3}$)

b. $B=\frac{A_{5}^{2}}{P_{2}}+\frac{A_{10}^{5}}{7P_{5}}$ (Đs: B = 46)

c. $C=P_{1}A_{2}^{1}+P_{2}A_{3}^{2}+P_{3}A_{4}^{3}+P_{4}A_{5}^{4}-P_{1}P_{2}P_{3}P_{4}$ (Đs: C = 2750)

d. $D=\left(\frac{P_{5}}{A_{5}^{4}}+\frac{P_{4}}{A_{5}^{3}}+\frac{P_{3}}{A_{5}^{2}}+\frac{P_{2}}{A_{5}^{1}}\right).A_{5}^{2}$ (Đs: D = 42)

e. $E = \dfrac{A_6^4 + A_5^4}{A_4^4}$ (Đs: E = 20)

f. $F = \dfrac{\frac{1}{3}C_6^2 - \frac{1}{3}C_8^3 + \frac{1}{65}C_{15}^3}{P_3A_5^3}$ (Đs: $F = \dfrac{1}{36}$)

g. $G = \dfrac{C_{100}^{98} + C_{1000}^{998}}{C_{1000}^2 + C_{100}^2}$ (Đs: G = 1)

h. $H = C_5^3C_4^2 + C_4^2C_3^1 + C_3^1C_3^0$ (Đs: H = 81)

Bài 2.53. Chứng minh rằng:

a) $P_n - P_{n-1} = (n-1)P_{n-1}$

b) CMR: với $1 \le k \le n$ ta có: $C_{n+1}^{k+1} = C_n^k + C_{n-1}^k + ... + C_{k+1}^k + C_k^k$

Bài 2.54. Giải các phương trình sau: $(x, n \in \mathbb{N})$

a) $2A_x^2 + 50 = A_{2x}^2; x \in \mathbb{N}$ (Đs: $x = 5$)

b) $\dfrac{x! - (x-1)!}{(x+1)!} = \dfrac{1}{6}$ (Đs: $x = 2$ v $x = 3$)

c) $P_{x+3} = 720A_x^5.P_{x-5}$ (Đs: $x = 7$)

d) $A_n^3 + 3A_n^2 = \dfrac{1}{2}P_{n+1}$ (Đs: $n = 4$)

e) $A_x^2.C_x^{x-1} = 48$ (ĐK: $x \ge 1$, Đs: $x = 4$)

f) $\dfrac{1}{C_4^x} - \dfrac{1}{C_5^x} = \dfrac{1}{C_6^x}$ (ĐK: C_x^4 có nghĩa $0 \le x \le 4 \Rightarrow x = 2$ là nghiệm)

Bài 2.55. Giải các phương trình sau:

a) $C_{14}^k + C_{14}^{k+2} = 2C_{14}^{k+1}$ (ĐK: $0 \le k \le 12; k \in \mathbb{N}$, Đs: $k = 4$ v $k = 8$)

b) $C_x^1 + 6C_x^2 + 6C_x^3 = 9x^2 - 14x$ (ĐK: $x \ge 3, x \in \mathbb{N}$, Đs: $x = 7$)

c) $C_x^{x-1} + C_x^{x-2} + C_x^{x-3} + ... + C_x^{x-10} = 1023$ (ĐK: $x \ge 10, x \in \mathbb{N}$, $x = 10$)

d) $C_{x+1}^y : C_x^{y+1} : C_x^{y-1} = 6 : 5 : 2$ (Đs: $x = 8$, $y = 3$)

e) $\left(A_{x-1}^y + yA_{x-1}^{y-1}\right) : A_x^{y-1} : C_x^{y-1} = 10 : 2 : 1$ (Đs: $x = 7$, $y = 3$)

Bài 2.56. Chứng minh rằng:

a. $k(k-1)C_n^k = n(n-1)C_{n-2}^{k-2}$

b. $C_n^k + 4C_n^{k-1} + 6C_n^{k-2} + 4C_n^{k-3} + C_n^{k-4} = C_{n+4}^k$

c. $2C_n^k + 5C_n^{k+1} + 4C_n^{k+2} + C_n^{k+3} = C_{n+2}^{k+2} + C_{n+3}^{k+3}$

d. $C_n^k + 3C_n^{k-1} + 3C_n^{k-2} + C_n^{k-3} = C_{n+3}^k; (3 \le k \le n; n \in \mathbb{N}^*)$

e. $C_n^k + 4C_n^{k-1} + 6C_n^{k-2} + 4C_n^{k-3} + C_n^{k-4} = C_{n+4}^k; (4 \le k \le n; n \in \mathbb{N}^*)$

(HD: Áp dụng công thức biến đổi $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}; 0 \le k \le n$)

Bài 2.57. Giải các phương trình sau

a) $2A_{x+2}^2 - 3C_{x+1}^{x-1} = 30$

b) $3C_x^3 - A_{x+1}^2 = 18$

c) $C_x^2 + C_x^3 = 4C_x^4$

c) $C_{x+1}^{x-1} + A_{x+1}^2 = 100$

d) $A_x^3 + 2C_x^{x-2} = 9x$

g) $A_{x-2}^2 + C_x^{x-2} = 101$

§3. NHỊ THỨC NIU-TƠN

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

1. <u>Công thức nhị thức Niu-Tơn</u>

Với hai số thực a và b tuỳ ý và với mọi số n nguyên dương ta có

$$\left(a+b\right)^n = C_n^0a^n + C_n^1a^{n-1}b + C_n^2a^{n-2}b^2 + \ldots + C_n^ka^{n-k}b^k + \ldots + C_n^nb^n \quad (1)$$

$$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k}b^k$$

(1) gọi là công thức khai triển nhị thức Niu-tơn.

2. <u>Tính chất của nhị thức Niu-tơn</u>

a) Số các số hạng tử của công thức là $n + 1$

b) Số mũ của a giảm dần từ n đến 0, số mũ của b tăng từ 0 đến n đồng thời tổng các số mũ của a và b trong mỗi hạng tử đều bằng n

c) Số hạng tổng quát của công thức có dạng $T_{k+1} = C_n^ka^{n-k}b^k; (k = 0,1,\ldots,n)$

d) Các hệ số của nhị thức cách đều hai số hạng đầu và cuối bằng nhau: $C_n^k = C_n^{n-k}; 0 \le k \le n$

3. <u>Một số dạng đặc biệt</u>

Dạng 1. Thay $a = 1$ và $b = x$ vào (1), ta được:

$(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1x + C_n^2x^2 + \ldots + C_n^{n-1}x^{n-1} + C_n^nx^n$ (2) và cho $x = 1 \Rightarrow C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \ldots + C_n^n = 2^n$

Dạng 2. Thay $a = 1$, $b = -x$ vào (1), ta được:

$(1-x)^n = C_n^0 - C_n^1x + C_n^2x^2 - \ldots + (-1)^kC_n^kx^k + \ldots + (-1)^nC_n^nx^n$ (3)

và thay $x = 1 \Rightarrow C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \ldots + (-1)^nC_n^n = 0$

4. Tam giác Pascal (PA-XCAN)

n = 0	1
n = 1	1 1
n = 2	1 2 1
n = 3	1 3 3 1
n = 4	1 4 6 4 1
n = 5	1 5 10 10 5 1
n = 6	1 6 15 20 15 6 1
n = 7	1 7 21 35 35 21 7 1

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1
1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1
1 14 91 364 1001 2002 3003 3432 3003 2002 1001 364 91 14 1
1 15 105 455 1365 3003 5005 6435 6435 5005 3003 1365 455 105 15 1
1 16 120 560 1820 4368 8008 11440 12870 11440 8008 4368 1820 560 120 16 1

B. BÀI TẬP

<u>Bài 3.1</u>. Khai triển $(b+a)^6$ thành tổng các đơn thức?

<u>HD Giải</u>

Theo công thức khai triển Nhị thức Niu-tơn, ta có:

$$(b+a)^6 = C_6^0a^6 + C_6^1a^5b + C_6^2a^4b^2 + C_6^3a^3b^3 + C_6^4a^2b^4 + C_6^5ab^5 + C_6^6b^6$$

$$= a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$$

<u>Bài 3.2.</u> Khai triển $(x-a)^5$ thành tổng các đơn thức?

<u>HD Giải</u>

Theo công thức Nhị thức Niu-tơn, ta có:

$$(x-a)^5 = \left[x+(-a)\right]^5 = x^5 + 5x^4(-a) + 10x^3(-a)^2 + 10x^2(-a)^3 + 5x(-a)^4 + (-a)^5$$

$$= x^5 - 5x^4a + 10x^3a^2 - 10x^2a^3 + 5xa^4 - a^5$$

<u>Bài 3.3</u>. Với n là số nguyên dương, chứng minh các hệ thức sau:

a) $2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + ... + C_n^n$

b) $C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + ... + C_{2n}^{2n-1} = C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + ... + C_{2n}^{2n}$

HD Giải

a) Ta có $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + ... + C_n^{n-1} x^{n-1} + C_n^n x^n$ (1).

Chọn x = 1 thay vào (1), ta được: $2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + ... + C_n^n$

b) Ta có $(1+x)^{2n} = C_{2n}^0 + C_{2n}^1 x + C_{2n}^2 x^2 + ... + C_{2n}^{2n-1} x^{2n-1} + C_{2n}^{2n} x^{2n}$ (2)

Chọn x = -1, thay vào (2), ta được: $0 = C_{2n}^0 - C_{2n}^1 + C_{2n}^2 x^2 + ... - C_{2n}^{2n-1} + C_{2n}^{2n} x^{2n}$

Suy ra: $C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + ... + C_{2n}^{2n-1} = C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + ... + C_{2n}^{2n}$

Hoặc ta có thể chứng minh theo nhận xét từ công thức khai triển nhị thức Niu-tơn.

Bài 3.4. Chứng minh rằng: $4^n C_n^0 - 4^{n-1} C_n^1 + 4^{n-2} C_n^2 - ... + (-1)C_n^n = C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2 C_n^2 + ... + 2^n C_n^n$

HD Giải

Ta có: $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + ... + C_n^k a^{n-k} b^k + ... + C_n^n b^n$

Nhận xét VT = $4^n C_n^0 - 4^{n-1} C_n^1 + 4^{n-2} C_n^2 - ... + (-1)C_n^n = (4-1)^n = 3^n$

Nhận xét $VP = C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2 C_n^2 + ... + 2^n C_n^n = (1+2)^n = 3^n$

Suy ra: $4^n C_n^0 - 4^{n-1} C_n^1 + 4^{n-2} C_n^2 - ... + (-1)C_n^n = C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2 C_n^2 + ... + 2^n C_n^n$

Bài 3.5. Cho tập A là một tập hợp có 20 phần tử. Hỏi có bao nhiêu tập con của tập A?

HD Giải

Số tập con của A không có phần tử nào là C_{20}^0

Số tập con của A có một phần tử là C_{20}^1

Số tập con của A có 2 phần tử là C_{20}^2

……………………………………………………

Số tập con của A có 20 phần tử là C_{20}^{20}

Suy ra, tổng số tập con của A là: $C_{20}^0 + C_{20}^1 + C_{20}^2 + ... + C_{20}^{20} = 2^{20}$

Bài 3.6. Tính tổng:

a) $A = C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5$

b) $B = C_6^0 + 3C_6^1 + 3^2 C_6^2 + 3^3 C_6^3 + ... + 3^6 C_6^6$

c) $C = C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2 C_n^2 + ... + 2^n C_n^n$

d) $D = C_{11}^6 + C_{11}^7 + C_{11}^8 + C_{11}^9 + C_{11}^{10} + C_{11}^{11}$

HD Giải

a) $A = C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = (1+1)^5 = 2^5$

b) $B = C_6^0 + 3C_6^1 + 3^2 C_6^2 + 3^3 C_6^3 + ... + 3^6 C_6^6 = (1+3)^6 = 4^6$

c) $C = C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2 C_n^2 + ... + 2^n C_n^n = (1+2)^n = 3^n$

d) Áp dụng công thức $C_n^k = C_n^{n-k}$

Khi đó $D = C_{11}^6 + C_{11}^7 + C_{11}^8 + C_{11}^9 + C_{11}^{10} + C_{11}^{11} = C_{11}^5 + C_{11}^4 + C_{11}^3 + C_{11}^2 + C_{11}^1 + C_{11}^0$

Do đó: $2D = C_{11}^0 + C_{11}^1 + C_{11}^2 + ... + C_{11}^{10} + C_{11}^{11} = (1+1)^{11} = 2048 \Rightarrow D = 1024$

Bài 3.7. Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = C_{2009}^0 + C_{2009}^1 + C_{2009}^2 + ... + C_{2009}^{2009}$

b) $B = C_{2009}^0 - C_{2009}^1 + C_{2009}^2 - ... + (-1)^{2009} C_{2009}^{2009}$

c) $C = C_{2009}^0 + 2C_{2009}^1 + 2^2 C_{2009}^2 + ... + 2^{2009} C_{2009}^{2009}$

d) $D = 3C_{2009}^0 + 3^2 C_{2009}^1 + 3^3 C_{2009}^2 + ... + 3^{2010} C_{2009}^{2009}$

HD Giải

Ta có: $\left(1+x\right)^{2009}=C_{2009}^{0}+C_{2009}^{1}x+C_{2009}^{2}x^{2}+...+C_{2009}^{2009-1}x^{2009-1}+C_{2009}^{2009}x^{2009}(1)$

a) Chọn x = 1 thay vào (1), ta được: $A=C_{2009}^{0}+C_{2009}^{1}+C_{2009}^{2}+...+C_{2009}^{2009}=(1+1)^{2009}=2^{2009}$

b) Chọn x = -1 thay vào (1), ta được: $B=C_{2009}^{0}-C_{2009}^{1}+C_{2009}^{2}-...+(-1)^{2009}C_{2009}^{2009}=(1-1)^{2009}=0$

c) Chọn x = 2, thay vào (1), ta được: $C=C_{2009}^{0}+2C_{2009}^{1}+2^{2}C_{2009}^{2}+...+2^{2009}C_{2009}^{2009}=(1+2)^{2009}=3^{2009}$

d) $D=3\left(C_{2009}^{0}+3C_{2009}^{1}+3^{2}C_{2009}^{2}+...+3^{2009}C_{2009}^{2009}\right)$ và chọn x = 3 thay vào (1), ta được:

$D=3\left(C_{2009}^{0}+3C_{2009}^{1}+3^{2}C_{2009}^{2}+...+3^{2009}C_{2009}^{2009}\right)=3(1+3)^{2009}=3.4^{2009}$

Bài 3.8. Tính:

a) $A=1-10C_{2n}^{1}+10^{2}C_{2n}^{2}-10^{3}C_{2n}^{3}+...-10^{2n-1}C_{2n}^{2n-1}+10^{2n}$

b) $B=3^{17}C_{17}^{0}-4.3^{16}C_{17}^{1}+4^{2}.3^{15}C_{17}^{2}-4^{3}.3^{14}C_{17}^{3}+...-4^{17}C_{17}^{17}$

HD Giải

a) $A=1-10C_{2n}^{1}+10^{2}C_{2n}^{2}-10^{3}C_{2n}^{3}+...-10^{2n-1}C_{2n}^{2n-1}+10^{2n}$

$=C_{2n}^{0}-10C_{2n}^{1}+10^{2}C_{2n}^{2}-10^{3}C_{2n}^{3}+...-10^{2n-1}C_{2n}^{2n-1}+C_{2n}^{2n}10^{2n}=(1-10)^{2n}=81^{n}$

b) $B=3^{17}C_{17}^{0}-4.3^{16}C_{17}^{1}+4^{2}.3^{15}C_{17}^{2}-4^{3}.3^{14}C_{17}^{3}+...-4^{17}C_{17}^{17}=(3-4)^{17}=-1$

Bài 3.9. Cho khai triển $\left(1+2x\right)^{n}=a_{0}+a_{1}x+a_{2}x^{2}+...+a_{n}x^{n}$.

Tìm số hạng thứ 5 trong khai triển đó, biết rằng $a_{0}+a_{1}+a_{2}+...+a_{n}=729$

HD Giải

Ta có: $\left(1+2x\right)^{n}=C_{n}^{0}+2C_{n}^{1}x+2^{2}C_{n}^{2}x^{2}+...+2^{n}C_{n}^{n}x^{n}$

Theo giả thiết, ta có: $C_{n}^{0}+2C_{n}^{1}+2^{2}C_{n}^{2}+...+2^{n}C_{n}^{n}=729\Leftrightarrow(1+2)^{n}=729\Leftrightarrow n=6$

Số hạng thứ 5 là: $T_{5}=C_{6}^{5}2^{4}x^{4}$

Bài 3.10. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x-\frac{1}{x^{2}}\right)^{6}$.

HD Giải

Số hạng tổng quát trong khai triển là: ($0\le k\le 6$)

$T_{k+1}=C_{n}^{k}a^{n-k}b^{k}=C_{6}^{k}(2x)^{6-k}.\left(-\frac{1}{x^{2}}\right)^{k}=C_{6}^{k}.2^{6-k}.(-1)^{k}x^{6-3k}$

Số hạng không chứa x là (ta phải tìm k): 6 – 3*k* = 0, nhận *k* = 2.

Vậy số hạng cần tìm là: $T_{3}=C_{6}^{2}2^{6-2}(-1)^{2}=240$

Bài. 3.11. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^{3}+\frac{1}{x^{3}}\right)^{18}$.

HD Giải

Số hạng tổng quát trong khai triển là: ($0\le k\le 18$) $T_{k+1}=C_{n}^{k}a^{n-k}b^{k}=C_{18}^{k}(x^{3})^{18-k}.\left(\frac{1}{x^{3}}\right)^{k}=C_{18}^{k}.x^{54-6k}$

Nếu T_{k+1} không chứ x (độc lập với *x*) thì ta có: 54 – 6*k* = 0, nhận *k* = 9. Vậy số hạng cần tìm là: $T_{10}=C_{18}^{9}$

Bài 3.12. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(1+x)^{12}$?

HD Giải

Số hạng tổng quát trong khai triển là: ($0\le k\le 12$)

$T_{k+1}=C_{12}^{k}(1)^{12-k}x^{k}=C_{12}^{k}x^{k}$. Ta cần hệ số của x^5 nên ta có: k = 5.

Vậy hệ số cần tìm là: $T_{6}=C_{12}^{5}=729$

Bài 3.13. Biết hệ số của x^{2} trong khai triển $(1 + 3x)^n$ là 90. Hãy tìm *n* ?

HD✍Giải

Số hạng thứ k + 1 trong khai triển nhị thức : $T_{k+1} = C_n^k(3x)^k$ .Vậy số hạng chứa x^2 là $T_3 = C_n^2 9.x^2$ và theo đề bài ta có: $C_n^2 9 = 90 \Leftrightarrow C_n^2 = 10 \Leftrightarrow n = 5$

Bài 3.14. Tìm số hạng thứ năm trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x}\right)^{10}$, mà khai triển đó số mũ của *x* giảm dần.

HD✍Giải

Số hạng thứ k + 1 trong khai triển nhị thức : $T_{k+1} = C_{10}^k x^{10-k}\left(\frac{2}{x}\right)^k$.Tìm số hạng thứ năm. Vậy ta có:

$$T_5 = C_{10}^4 x^{10-4}\left(\frac{2}{x}\right)^4 = 210.x^6.\frac{16}{x^4} = 3360x^2$$

Bài 3.15, Trong khai triển của $(1+ax)^n$ ta có số hạng đầu là 1, số hạng thứ hai là 24*x*, số hạng thứ ba là $252x^2$. Hãy tìm a và n.

HD✍Giải

Ta có: $(1+ax)^n = 1 + C_n^1 ax + C_n^2 a^2x^2 + ...$

Theo đề bài cho: $\begin{cases} C_n^1 a = 24 \\ C_n^1 a^2 = 252 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} na = 24 \\ \frac{n(n-1)a^2}{2} = 252 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} na = 24 \\ (n-1)a = 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ n = 8 \end{cases}$

Bài 3.16. Tính hệ số của $x^{12}y^{13}$ trong khai triển $(x + y)^{25}$.

HD✍Giải

Số hạng thứ *k* + 1 trong khai triển nhị thức : $T_{k+1} = C_{25}^k x^{25-k}y^k$. Hệ số $x^{12}y^{13}$ ứng k = 13.

Tức là: $C_{25}^{13} = 5200300$

Bài 3.17. Tính hệ số của $x^{25}y^{10}$ trong khai triển $\left(x^3 + xy\right)^{25}$

HD✍Giải

Số hạng thứ *k* + 1 trong khai triển nhị thức : $T_{k+1} = C_{15}^k (x^3)^{15-k}(xy)^k = C_{15}^k x^{45-2k}y^k$.

Hệ số $x^{25}y^{10}$, ứng *k* = 10. Tức là: $C_{15}^{10} = 3003$

Bài 3.18. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n$, biết rằng $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3)$

HD✍Giải

Theo hằng đẳng thức Pa-xcan ta có $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = C_{n+3}^{n+1} = \frac{(n+3)!}{(n+1)!2!} = \frac{(n+3)(n+2)}{2}$. Suy ra $(n+3)(n+2) = 14(n+3) \Rightarrow n = 12$

Số hạng thứ k trong khai triển của biểu thức đã cho là $T_{k+1} = C_{12}^k x^{-3(12-k)}.x^{\frac{5k}{2}}$. Hệ số của số hạng thứ x^8, tương ứng $-3(12-k) + \frac{5k}{2} = 8 \Rightarrow k = 8$. Vậy số hạng cần tìm là : $C_{12}^8.x^8$

Bài 3.19. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển thành đa thức của: $x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$

HD✍Giải

Hệ số của x^5 trong khai triển của $x(1-2x)^5$ là $(-2)^4.C_5^4$

Hệ số của x^5 trong khai triển của $x^2(1+3x)^{10}$ là $3^3.C_{10}^3$

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển thành đa thức của: $x\left(1-2x\right)^5+x^2\left(1+3x\right)^{10}$ là $(-2)^4.C_5^4+3^3.C_{10}^3=3320$

Bài 3.20. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(2+x\right)^n$, biết:
$3^nC_n^n-3^{n-1}C_n^{n-1}+3^{n-2}C_n^{n-2}-3^{n-3}C_n^{n-3}+...+(-1)^nC_n^n=2048$

HD✍Giải

Ta có: $3^nC_n^n-3^{n-1}C_n^{n-1}+3^{n-2}C_n^{n-2}-3^{n-3}C_n^{n-3}+...+(-1)^nC_n^n=(3-1)^n=2^n$. Nên $2^n=2048\Rightarrow n=11$. Hệ số của x^{10} trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(2+x\right)^{11}$ là $C_{11}^{10}2^1=22$

Bài 3.21. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(2x+\dfrac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^{18}$ $,(x>0)$

HD✍Giải

Số hạng tổng quát trong khai triển Niu-tơn của $\left(2x+\dfrac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^{18}$ là

$T_{k+1}=C_{18}^{15}\left(2x\right)^{18-k}.\left(\dfrac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^k=C_{18}^k.2^{18-k}.x^{18-\frac{6k}{5}}$. Số hạng không chứa x ứng với k thảo mãn:

$18-\dfrac{6k}{5}=0\Leftrightarrow k=15$. Vậy số hạng cần tìm là $T_{16}=C_{18}^{15}.2^3=6528$

Bài 3.22. Cho khai triển nhị thức Niu-tơn sau: $\left(x-\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{13}$

a) Tìm số hạng thứ 4, thứ 5 của khai triển
b) Tìm số hạng chứa với số mũ tự nhiên

HD✍Giải

Ta có, số hạng tổng quát thứk + 1 của khai triển $T_{k+1}=C_{13}^k\left(x\right)^{13-k}\left(\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^k$, $k\in\mathbb{N},0\le k\le 13$

$T_{k+1}=C_{13}^k.x^{\frac{39-4k}{3}}$

a) Số hạng thứ 4 của khai triển là: $T_4=C_{13}^3.x^9$

Số hạng thứ 5 của khai triển là: $T_5=C_{13}^4.x^{\frac{23}{3}}$

b) Để T_{k+1} chứa x với số mũ tự nhiên thì:

$$\frac{39-4k}{3}\in\mathbb{N}\Leftrightarrow\begin{cases}(39-4k)\,\vdots\,3\\0\le k\le\dfrac{39}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4k\,\vdots\,3\\0\le k\le 9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k\,\vdots\,3\\0\le k\le 9\end{cases}\Rightarrow k=0,3,6,9$$

Do đó các số hạng cần tìm là: $T_1=C_{13}^0.x^{13};T_4=C_{13}^3.x^9;T_7=C_{13}^6.x^5;T_{10}=C_{13}^9.x$

Bài 3.23.

a) Tìm số hạng của khai triển nhị thức Niu-tơn sau: $\left(\sqrt{3}+\sqrt[3]{2}\right)^9$ là một số nguyên

b) Tính A_n^2 nếu biết số hạng thứ 6 của khai triển $\left(\sqrt[3]{x}+\dfrac{1}{x}\right)^n$ không phụ thuộc vào x.

HD✍Giải

a) Số hạng thứ k + 1 của khai triển: $T_{k+1}=C_9^k\left(\sqrt{3}\right)^{9-k}\left(\sqrt[3]{2}\right)^k=C_9^k.3^{\frac{9-k}{2}}.2^{\frac{k}{3}}$, $k\in\mathbb{Z},0\le k\le 9$

Để T_{k+1} là số nguyên thì $\frac{9-k}{2}\in\mathbb{Z}$ và $\frac{k}{3}\in\mathbb{Z}$. Suy ra $\begin{cases} k=1,3,5,7,9 \\ k=0,3,6,9 \end{cases}$. Vậy: k = 3 và k = 9.

Với k = 3, số hạng cần tìm là $T_4 = C_9^3.3^3.2 = 4536$

Với k = 9, số hạng cần tìm là $T_{10} = C_9^9.3^0.2^3 = 8$

b) Số hạng thứ 6 của khai triển là: $T_6 = C_n^5\left(\sqrt[3]{x}\right)^{n-5}\left(\frac{1}{x}\right)^5 = C_9^5.x^{\frac{n-20}{3}}$

Vì T_6 không phụ thuộc vào x nên $\frac{n-20}{3} = 0 \Rightarrow n = 20$. Vậy : $A_n^2 = A_{20}^2 = 380$

Bài 3.24. Cho đa giác đều có $2n$ cạnh $A_1A_2...A_{2n}$ ($n \ge 2$, n nguyên) nội tiếp trong một đường tròn. Biết rằng số tam giác có 3 đỉnh lấy trong $2n$ điểm $A_1, A_2, ..., A_{2n}$ nhiều gấp 20 lần số hình chữ nhật có 4 đỉnh lấy trong $2n$ điểm $A_1, A_2, ..., A_{2n}$. Tìm n.

HD✍Giải

Số tam giác thoả mãn ycbt là C_{2n}^3 tam giác. Số đường chéo qua tâm đường tròn là *n*, cứ hai đường chéo qua tâm thì có 1 hình chữ nhật. Suy ra, có C_n^2 hình chữ nhật

Từ đó ta có phương trình $C_{2n}^3 = 20.C_n^2$. Suy ra *n* = 8.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 3.25. Tính hệ số của $x^{101}y^{99}$ trong khai triển $(2x-3y)^{200}$. (Đs: $-C_{200}^{101}2^{101}3^{99}$)

Bài 3.26. Tính hệ số của x^5y^8 trong khai triển $(x+y)^{13}$. (Đs: 1287)

Bài 3.27. Tính hệ số của x^7 trong khai triển $(1+x)^{11}$. (Đs: 330)

Bài 3.28. Tính hệ số của x^9 trong khai triển $(2-x)^9$. (Đs: - 94 595072)

Bài 3.29. Tính hệ số của x^7 trong khai triển $(3-2x)^{15}$. (Đs: $-C_{15}^7 3^8 2^7$)

Bài 3.30. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(1-2x)^{10}$? (Đs: 8064)

Bài 3.31. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển $\left(x+\frac{1}{x}\right)^{11}$? (Đs: 330)

Bài 3.32. Biết rằng hệ số của x^{n-2} trong khai triển $\left(x-\frac{1}{4}\right)^n$ bằng 31. Tìm *n*.(Đs: n = 32)

Bài 3.33. Tính hệ số của x^8y^9 trong khai triển $(3x+2y)^{17}$. (Đs: $C_{17}^8 3^8 2^9$)

Bài 3.34. Biết tổng các hệ số của khai triển nhị thức $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^{3n}$ là 64. Tìm số hạng của khai triển không chứa x. (ĐS: *n* = 2, *k* = 2; $T_3 = C_6^2$)

Bài 3.35. Cho biết hệ số của số hạng thứ 3 trong khai triển nhị thức $\left(x^2\sqrt{x}+\frac{\sqrt[3]{x}}{x}\right)^n$ bằng 36. Tính số hạng thứ 7. $\left(\text{ĐS}: n=9, T_7 = C_9^6\left(x^2\sqrt{x}\right)^3.\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{x}\right)^6 = 84x^3\sqrt{x}\right)$

§4. PHÉP THỬ VÀ BIẾN CỐ - XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

1. Biến cố

a. Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu

Phép thử ngẫu nhiên (gọi tắt là phép thử) là một thí nghiệm hay một hành động mà:

- Kết quả của nó không đoán được
- Có thể xác định được tập hợp tất cả các kết quả có thể xãy ra của phép thử đó
- Phép thử thường được kí hiệu bởi **T**

Tập hợp tất cả các kết quả có thể xãy ra của phép thử được gọi là *không gian mẫu* của phép thử và được kí hiệu bởi chữ Ω (đọc là ô-mê-ga). Ta chỉ xét các phép thử với không gian mẫu Ω là tập hữu hạn.

b. Biến cố

- Với tập con *A* của Ω được gọi là một biến cố.
- Mỗi kết quả của phép thử T làm cho *A* xảy ra, được gọi là kết quả thuận lợi cho *A*
- Tập hợp các kết qủa thuận lợi cho *A* được kí hiệu là Ω_A. Khi đó ta nói biến cố *A* được mô tả bởi tập Ω_A.
- Tập $\varnothing$ được gọi là biến cố không thể (gọi tắt là biến cố không). Còn tập Ω được gọi là biến cố chắc chắn.

2. Xác suất của biến cố.

a. Định nghĩa cổ điển của xác suất

Giả sử phép thử T có không gian mẫu Ω là tập hữu hạn và các kết qủa của T là đồng khả năng xảy ra. Nếu *A* là một biến cố liên quan với phép thử T và Ω_A là tập các kết quả thuận lợi cho *A* thì xác suất của *A* là một số, kí hiệu là *P*(*A*), được xác định bởi công thức $P(A)=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}$

- $0\le P(A)\le 1$
- $P(\Omega)=1, P(\varnothing)=0$

b. Định nghĩa thống kê của xác suất.

- Số lần xuất hiện biến cố *A* được gọi là tận số của *A* trong *N* lần thực hiện phép thử T
- Tỉ số giữa tận số của *A* với số *N* được gọi là tần xuất của *A* trong *N* lần thực hiện phép thử T

Phương pháp tính xác suất

Bước 1. Mô tả không gian mẫu. Kiểm tra tính hữu hạn của Ω, tính đồng khả năng của các kết quả

Bước 2. Đặt tên cho các biến cố bằng các chữ cái $A, B, \ldots$

Bước 3. Xác định các tập con $A, B, \ldots$ của không gian mẫu. Tính $n(A), n(B), \ldots$

Bước 4. Tính $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}, P(B)=\dfrac{n(B)}{n(\Omega)}, \ldots$

B. BÀI TẬP

Bài 4.1. Lấy ngẫu nhiên một thẻ từ một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Tìm xác suất để thẻ được lấy ghi số:

a) Chẵn b) Chia hết cho 3 c) Lẻ và chia hết cho 3

HD Giải

Không gian mẫu $\Omega=\{1,2,3,\ldots,20\}, n(\Omega)=20$. Kí hiệu A, B, C là các biến cố tương ứng với câu a), b), c)

a) $A=\{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20\}, n(A)=10 \Rightarrow P(A)=\dfrac{1}{2}$

b) $B=\{3,6,9,12,15,18\}, n(B)=6 \Rightarrow P(B)=\dfrac{3}{10}$

c) $C = \{3, 9, 15\}, n(C) = 3 \Rightarrow P(C) = \dfrac{3}{20}$

<u>Bài 4.2.</u> Một con súc sắc cân đối đồng chất được gieo hai lần. Tính xác suất sao cho:
a) *A*: "Tổng số chấm của hai lần gieo là 6"
b) *B*: "Ít nhất một lần gieo xuất hiện mặt một chấm"
c) *C*: "Số chấm trong hai lần gieo bằng nhau"
d) *D*: "Tổng số chấm của hai lần gieo là 8"
e) *E*: "Tổng số chấm của hai lần gieo là chẵn"

<u>HD✍Giải</u>

Không gian mẫu: $\Omega = \{(i; j) / 1 \le i; j \le 6\}, n(\Omega) = 36$

a) $A = \{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\}, n(A) = 5 \Rightarrow P(A) = \dfrac{5}{36}$

b) $B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (3,1), (4,1), (5,1), (6,1)\}, n(B) = 11 \Rightarrow P(B) = \dfrac{11}{36}$

c) $C = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}, n(C) = 6 \Rightarrow P(C) = \dfrac{1}{6}$

d) $D = \{(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)\}, n(D) = 5 \Rightarrow P(D) = \dfrac{5}{36}$

e)

$$E = \left\{\begin{array}{l}(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6), (1,3), (3,1), (1,5), (2,4), (4,2), (5,1), (2,6), (3,5), \\ (5,3), (6,2), (4,6), (6,4)\end{array}\right\}$$

$n(E) = 18 \Rightarrow P(E) = \dfrac{1}{2}$

<u>Bài 4.3.</u> Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh có tên trong danh sách được đánh số thứ tự từ 001 đến 199. Tính xác suất để 5 học sinh này có số thứ tự:
a) Từ 001 đến 099.
b) Từ 150 đến 199.

<u>HD✍Giải</u>

Ta có: $n(\Omega) = C_{199}^{5}$

a) Gọi A là biến cố: "Chọn 5 học sinh có số thứ tự 001 đến 099"

Suy ra $n(A) = C_{99}^{5}$. Vậy $P(A) = \dfrac{C_{99}^{5}}{C_{199}^{5}} \approx 0{,}029$

b) Gọi B là biến cố: "Chọn 5 học sinh có số thứ tự 150 đến 199"

Suy ra $n(B) = C_{50}^{5}$. Vậy $P(B) = \dfrac{C_{50}^{5}}{C_{199}^{5}} \approx 0{,}0009$

<u>Bài 4.4.</u> Chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương không lớn hơn 50.
a) Mô tả không gian mẫu;
b) Gọi *A* là biến cố "Số được chọn là số nguyên tố". Hãy liệt kê các kết quả thuận lợi cho *A*;
c) Tính xác suất của *A*;
d) Tính xác suất để số được chọn nhỏ hơn 4.

<u>HD✍Giải</u>

a) Không gian mẫu $\Omega = \{1, 2, 3, ..., 50\}$

b) $\Omega_A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47\}$

c) $P(A) = \dfrac{15}{50} = 0{,}3$

d) Gọi *B* là biến cố " số được chọn nhỏ hơn 4". Ta có $P(B) = \dfrac{3}{50} = 0{,}06$

Bài 4.5. Chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương nhỏ hơn 9. Tính xác suất để:
a) Số được chọn là số nguyên tố;
b) Số được chọn chia hết cho 3;

HD Giải

a) Gọi *A* là biến số " số được chọn là số nguyên tố". Ta có $\Omega_A = \{2,3,5,7\}$ và $P(A) = \dfrac{4}{8} = 0,5$

b) Gọi *B* là biến cố " số được chọn chia hết cho 3". Ta có $\Omega_B = \{3,6\}$ và $P(B) = \dfrac{2}{8} = 0,25$

Bài 4.6. Chọn ngẫu nhiên 5 người có tên trong một danh sách 20 người được đánh số từ 1 đến 20. Tính xác suất để 5 người được chọn có số thứ tự không lớn hơn 10 (chính xác đến hàng phần nghìn).

HD Giải

Gọi *A* là biến cố "5 người được chọn có số thứ tự không lớn hơn 10"
Không gian mẫu $\Omega = C_{20}^5$. Kết quả thuận lợi của biến cố A là $\Omega_A = C_{10}^5$

Vậy $P(A) = \dfrac{C_{10}^5}{C_{20}^5} \approx 0,016$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 4.7. Danh sách lớp của Nguyên được đánh số từ 1 đến 30. Nguyên có số thứ tực là 12. Chọn ngẫu nhiên một bạn trong lớp.
a) Tính xác suất để Nguyên được chọn
b) Tính xác suất để Nguyên kkhông được chọn
c) Tính xác suất để một bạn có số thứ tự nhỏ hơn số thứ tự của Nguyên được chọn

Bài 4.8. Gieo hai con súc sắc cân đối
a) Mô tả không gian mẫu
b) Gọi *A* là biến cố "Tổng số chấm trên mặt xuất hiên của hai con súc sắc nhỏ hơn hoặc bằng 7". Liệt kê các kết quả thuận lợi của *A*. Tính *P*(*A*).
c) Cũng hỏi như trên cho các biến cố *B*: "có ít nhất một con súc sắc xuất hiện mặt 6 chấm" và *C*: " có đúng một con súc sắc xuất hiện mặt 6 chấm.

Bài 4.9. Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối. Tính xác suất để số chấm xuất hiện trên hai con súc sắc hơn kém nhau 2.

Bài 4.10. Một túi đựng 4 quả cầu đỏ, 6 quả cầu xanh. Chọn ngẫu nhiên 4 quả cầu. Tính xác suất để trong bốn quả cầu đó có cả quả màu đỏ và màu xanh.

§5. CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

1. Quy tắc cộng xác suất

a. Biến cố hợp

Cho hai biến cố A và B. Biến cố "A hoặc B xảy ra", kí hiệu $A \cup B$ được gọi là hợp của hai biến cố A và B

Tổng quát: Cho k biến cố $A_1, A_2, \ldots, A_k$. Biến cố " có ít nhất một trong các biến cố $A_1, A_2, \ldots, A_k$ xảy ra", kí hiệu là $A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_k$ được gọi là hợp của k biến cố đó.

b. Biến cố xung khắc

Cho hai biến cố A và B. Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu biến cố này xảy ra thì biến cố kia không xảy ra.

c. Quy tắc cộng xác suất

Nếu hai biến A và B xung khắc thì xác suất của A hoặc của B xảy ra là $P\left(A \cup B\right) = P(A) + P(B)$

Tổng quát: Cho k biến cố $A_1, A_2, \ldots, A_k$ đôi một xung khắc. Khi đó

$P\left(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_k\right) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_k)$

d. Biến cố đối

Cho A là một biến cố. Khi đó biến cố không xảy ra A, kí hiệu $\overline{A}$ gọi là biến cố đối của A

Xác suất của biến cố đối $\overline{A}$ là $P\left(\overline{A}\right) = 1 - P(A)$.

Hai biến cố đối nhau là hai biến cố xung khắc. Tuy nhiên hai biến cố xung khắc chưa chắc là hai biến cố đối nhau.

2. Quy tắc nhân xác suất

a. Biến cố giao

Cho hai biến cố A và B. Biến cố "Cả A và B cùng xảy ra", kí hiệu là AB, được gọi là giao của hai biến cố A và B.

Nếu Ω_A và Ω_B lần lượt là tập hợp các kết quả thuận lợi cho A và B thì tập hợp các kết quả thuận lợi cho AB là $\Omega_A \cap \Omega_B$

b. Biến cố độc lập

Hai biến cố A và B gọi là độc lập với nhau nếu việc xãy ra hay không xảy ra của biến cố này không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.

Nếu hai biến cố A, B độc lập với nhau thì A và $\overline{B}$; $\overline{A}$ và B; $\overline{A}$ và $\overline{B}$ cũng độc lập với nhau.

c. Quy tắc nhân xác suất

Nếu hai biến cố A và B độc lập với nhau thì $P(A.B) = P(A).P(B)$

Nếu $P\left(AB\right) \neq P(A)P(B)$ thì hai biến cố A và B không độc lập với nhau.

B. BÀI TẬP

Bài 5.1. Gieo một con súc sắc cân đối, đồng chất và quan sát số chấm xuất hiện.
a) Mô tả không gian mẫu
b) Xác định các biến cố sau:
A: "Xuất hiện mặt chẵn chấm"
B: " Xuất hiện mặt lẻ chấm"
C: "Xuất hiện mặt có số chấm không nhỏ hơn 3"
c) Trong các biến cố trên, hãy tìm các biến cố xung khắc.

HD Giải

a) Không gian mẫu $\Omega = \left\{1,2,3,4,5,6\right\}$

b) Ta có $A = \left\{2,4,6\right\}; B = \left\{1,3,5\right\}; C = \left\{3,4,5,6\right\}$

c) Các biến cố A và B là xung khắc, vì $A \cap B = \emptyset$

Bài 5.2. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất một lần. Giả sử con súc sắc xuất hiện mặt b chấm,

được thay vào phương trình bậc hai: $x^2 + bx + 2 = 0$. Tính xác suất sao cho:
a) Phương trình có nghiệm
b) Phương trình vô nghiệm
c) Phương trình có nghiệm nguyên

HD✍Giải

Không gian mẫu $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}, n(\Omega) = 6$

Kí hiệu A, B, C lần lượt là các biến cố tương ứng với các câu a), b), c). Ta thấy phương trình bậc hai $x^2 + bx + 2 = 0$ có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta = b^2 - 8 \geq 0$. Do đó:

a) $A = \{b \in \Omega / b^2 - 8 \geq 0\} = \{3,4,5,6\}, n(A) = 4 \Rightarrow P(A) = \dfrac{2}{3}$

b) Vì $B = \overline{A}$ nên $P(B) = P(\overline{A}) = 1 - P(A) = \dfrac{1}{3}$

c) $C = \{3\}, n(C) = 1 \Rightarrow P(C) = \dfrac{1}{6}$

Bài 5.3. Kết quả (b, c) của việc gieo con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần, trong đó b là số chấm xuất hiện trong lần gieo đầu, c là số chấm xuất hiện trong lần gieo thứ hai, được thay vào phương trình: $x^2 + bx + c = 0$. Tính xác suất để:
a) Phương trình vô nghiệm
b) Phương trình có nghiệm kép
c) Phương trình có nghiệm

HD✍Giải

Không gian mẫu: $\Omega = \{(b;c) / 1 \leq b;c \leq 6\}, n(\Omega) = 36$. Kí hiệu *A, B, C* là các biến cố cần tìm xác suất ứng với các câu a), b), c). Ta có: $\Delta = b^2 - 4c$

a) $A = \{(b,c) \in \Omega / b^2 - 4c < 0\}$
$= \{(1,1),(1,2),...,(1,6),(2,2),...,(2,6),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6),(4,5),(4,6)\}$ $n(A) = 17 \Rightarrow P(A) = \dfrac{17}{36}$

b) $B = \{(b,c) \in \Omega / b^2 - 4c = 0\} = \{(2,1),(4,4)\}, n(B) = 2 \Rightarrow P(B) = \dfrac{1}{18}$

c) Ta có $C = \overline{A} \Rightarrow P(C) = P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{17}{36} = \dfrac{19}{36}$

Bài 5.4. Một hộp đựng 10 quả cầu đánh số từ 1 đến 10, đồng thời các quả từ 1 đến 6 được sơn màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên một quả. Kí hiệu *A* là biến cố:"Quả lấy ra màu đỏ", *B* là biến cố: "Quả lấy ra ghi số chẵn"**.** Hỏi *A* và *B* có độc lập không ?

HD✍Giải

Kí hiệu *A* là biến cố :"Quả lấy ra màu đỏ", *B* là biến cố: "Quả lấy ra ghi số chẵn"

Khôgm gian mẫu: $\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}, n(\Omega) = 10$

$A = \{1,2,3,4,5,6\}, n(A) = 6 \Rightarrow P(A) = \dfrac{3}{5}$, $B = \{2,4,6,8,10\}, n(B) = 5 \Rightarrow P(B) = \dfrac{1}{2}$

$A \cap B = \{2,4,6\}, n(A \cap B) = 3 \Rightarrow P(A \cap B) = \dfrac{3}{10}$

Mặt khác: $P(AB) = \dfrac{3}{10} = \dfrac{3}{5}.\dfrac{1}{2} = P(A).P(B)$. Vậy *A, B* độc lập với nhau.

Bài 5.5 Hai hộp chứa các quả cầu. Hộp thứ nhất chứa 3 quả đỏ và 2 quả xanh, hộp thứ hai chứa 4 quả đỏ và 6 quả xanh. Lấy ngẫy nhiên từ mỗi hộp một quả. Tính xác suất sao cho:
a) Cả hai quả đều đỏ
b) Hai quả cùng màu
c) Hai quả khác màu

HD✍Giải

Kí hiệu *A*: "Quả lấy từ hộp thứ nhất màu đỏ"

Kí hiệu *B*: "Quả lấy từ hộp thứ hai màu đỏ"
Kí hiệu *C*: "Hai quả lấy ra cùng màu"
Kí hiệu *D*: "Hai quả lấy ra khác màu"
Không gian mẫu là kết quả của hai hành đồng lấy quả từ hai hộp liên tiếp. Theo qui tắc nhân: $n(\Omega) = 50$ và A, B độc lập nhau

Ta có: $A \cap B$: "Quả lấy ra từ hai hộp cùng màu đỏ" và $\overline{A} \cap \overline{B}$: "Quả lấy ra từ hai hộp cùng màu xanh"

a) Cần tính $P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{3}{5}.\frac{4}{10} = 0,24$

(Cách khác: Theo qui tắc nhân ta có: n($A \cap B$) = 3.4 =12 $\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} = \frac{12}{50} = 0,24$)

b) Từ trên suy ra: $C = (A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})$, $n(\overline{A} \cap \overline{B}) = 12$

$$P(C) = P\left((A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})\right) = \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} + \frac{n(\overline{A} \cap \overline{B})}{n(\Omega)} = \frac{12}{50} + \frac{12}{50} = 0,48$$

c) Dễ thấy *D* và *C* là hai biến cố đối nhau, nghĩa là $D = \overline{C} \Rightarrow P(D) = P(\overline{C}) = 1 - 0,48 = 0,52$

Bài 5.6. Túi bên phải có 3 bi đỏ, 2 bi xanh; túi bên trái có 4 bi đỏ, 5 bi xanh. Lấy một bi từ mỗi túi một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất sao cho:
a) Hai bi lấy ra cùng màu b) Hai bi lấy ra khác màu

HD Giải

Kí hiệu *A*: "Bi lấy ra từ túi phải có màu đỏ", *B*: "Bi lấy ra từ túi trái có màu đỏ", *C*: "Hai bi lấy ra cùng màu" và *D*: "Hai bi lấy ra khác màu"
Không gian mẫu là kết quả của hai hành đồng lấy quả từ hai hộp liên tiếp. Theo qui tắc nhân:
$n(\Omega) = 5.9 = 45$ và *A*, *B* độc lập nhau

Ta có: $A \cap B$: "Bi lấy ra từ hai túi phải và túi trái cùng màu đỏ" và $\overline{A} \cap \overline{B}$: " Bi lấy ra từ hai túi phải và túi trái cùng màu xanh"

a) $C = (A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})$, Hiển nhiên $(A \cap B) \cap (\overline{A} \cap \overline{B}) = \emptyset$ và n($A \cap B$) = 3.4 =12 ,

$n(\overline{A} \cap \overline{B}) = 2.5 = 10$. $P(C) = P\left((A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})\right) = \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} + \frac{n(\overline{A} \cap \overline{B})}{n(\Omega)} = \frac{12}{45} + \frac{10}{45} = \frac{22}{45}$

b) Dễ thấy *D* và *C* là hai biến cố đối nhau, nghĩa là $D = \overline{C} \Rightarrow P(D) = P(\overline{C}) = 1 - \frac{22}{45} = \frac{23}{45}$

Bài 5.7. Hai bạn lớp *A* và hai bạn lớp *B* được xếp vào ngồi 4 ghế sắp thành hàng ngang. Tính xác suất sao cho:
a) Các bạn lớp *A* ngồi cạnh nhau b) Các bạn cùng lớp không ngồi cạnh nhau

HD Giải

Giả sử hai bạn lớp *A* được đánh số 1, 2 và hai bạn lớp *B* được đánh số 3, 4. Kết quả xếp chỗ tương ứng với một hoán vị của tập $B = \{1,2,3,4\}$. Như vậy số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = P_4 = 4! = 24$

Kí hiệu: *C* là biến cố: "Hai bạn lớp A ngồi cạnh nhau"
D là biến cố: "Hai bạn cùng lớp không ngồi cạnh nhau"
a) Đầu tiên xếp hai bạn lớp *A* ngồi vào hai ghế liền nhau, có 2.3 = 6 cách , sau đó xếp hai bạn lớp *B* vào 2 ghế còn lại có 2 cách. Theo qui tắc nhân ta có n(*C*) = 6.2 = 12 và P(*C*) = 0,5
b) Đầu tiên xếp bạn *A* ngồi ở vị trí thứ nhất, chẳng hạn từ bên trái: có 2!.2! cách xếp bốn bạn ngồi xen kẽ. Sau đó xếp bạn lớp *B* ngồi vị trí thứ nhất. Ta cũng có 2!.2! cách ngồi xen kẽ. Vậy *n*(*D*) = 2. 2!.2! = 8 do đó: *P*(*D*) = $\frac{1}{3}$

Bài 5.8. Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Lí và 2 quyển sách Hóa. Lấy ngẫu nhiên ba quyển sách. Tính xác suất sao cho:
a) Ba quyển lấy ra thuộc ba môn khác nhau
b) Cả ba quyển lấy ra đều là sách Toán
c) Ít nhất một quyển sách Toán

HD✍Giải

Không gian mẫu là một tổ hợp chập 3 của 9 quyển sách nên $n(\Omega) = C_9^3 = 84$. Kí hiệu *A, B, C* là các biến cố tương ứng câu a), b), c)

a) Để có một phần tử của A ta phải tiến hành ba lần lựa chọn (từ mỗi loại sách một quyển). Vậy $n(A)$ = 4.3.2 = 24 và $P(A) = \dfrac{2}{7}$

b) Cả ba quyển sách lấy ra đều là sách Toán , nên $n(B) = C_4^3 \Rightarrow P(B) = \dfrac{1}{21}$

c) Gọi $\overline{C}$ là biến cố: "Trong ba quyển không có quyển sách Toán nào", ta có: $n(\overline{C}) = C_5^3 = 10$ và

$P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - \dfrac{10}{84} = \dfrac{37}{42}$

Bài 5.9. Một hộp đựng chín thẻ đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên hai thẻ rồi nhân hai số ghi trên thẻ với nhau. Tính xác suất để kết quả nhận được là một số chẵn.

HD✍Giải

Gọi *A* là biến cố: " Rút được một thẻ chẵn và một thẻ lẻ", *B* là biến cố: "Cả hai thẻ được rút ra là thẻ chẵn". Khi đó biến cố *C*: " Tích hai số ghi trên thẻ là một số chẵn" là: $C = A \cup B$.
Do hai biến cố *A* và *B* xung khắc, nên $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Vì có 4 thẻ chẵn và 5 thẻ lẻ nên ta có: $P(A) = \dfrac{C_5^1 C_4^1}{C_9^2} = \dfrac{20}{36}; P(B) = \dfrac{C_4^2}{C_9^2} = \dfrac{6}{36}$. Vậy $P(C) = P(A \cup B) = \dfrac{20}{36} + \dfrac{6}{36} = \dfrac{13}{18}$

Bài 5.10. Một hộp đựng bốn viên bi xanh, ba viên bi đỏ và hai viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên hai viên bi.
a) Tính xác suất để chọn được hai viên bi cùng màu
b) Tính xác suất để chọn hai viên bi khác màu.

HD✍Giải

a) Gọi *A* là biến cố: "Chọn được hai viên bi xanh", *B* là biến cố "Chọn được hai viên bi đỏ" và *C* là biến cố: "Chọn được 2 viên bi vàng". *D* là biến cố: "Chọn được hai viên bi cùng màu"
Theo đề bài, ta có $D = A \cup B \cup C$ và các biến cố *A, B, C* đôi một xung khắc.
Vậy $P(D) = P(A \cup B \cup D) = P(A) + P(B) + P(C)$

Mặt khác, ta có: $P(A) = \dfrac{C_4^2}{C_9^2} = \dfrac{6}{36}; P(B) = \dfrac{C_3^2}{C_9^2} = \dfrac{3}{36}; P(C) = \dfrac{C_2^2}{C_9^2} = \dfrac{1}{36}$

Vậy: $P(D) = P(A \cup B \cup D) = P(A) + P(B) + P(C) = \dfrac{6}{36} + \dfrac{3}{36} + \dfrac{1}{36} = \dfrac{5}{18}$

b) Biến cố: "Chọn được hai viên bi khác màu" chính là biến cố $\overline{D}$. Vậy $P(\overline{D}) = 1 - P(D) = 1 - \dfrac{5}{18} = \dfrac{13}{18}$

Bài 5.11. Xác suất bắn trúng mục tiêu của một vận động viên khi bắn một viên đạn là 0,6. Người đó bắn hai viên đạn một cách độc lập. Tìm xác suất để một viên đạn trúng mục tiêu và một viên đạn trượt mục tiêu ?

HD✍Giải

Gọi *A* là biến cố: " Viên đạn đầu trúng mục tiêu", *B* là biến cố: " Viên đạn thứ hai trúng mục tiêu", *C* là biến cố: " Một viên đạn trúng mục tiêu và một viên đạn trượt mục tiêu".
Khi đó ta có: $C = A\overline{B} \cup \overline{A}B$ và hai viên đạn bắn độc lập nhau.
Vậy : $P(C) = P(A\overline{B} \cup \overline{A}B) = P(A).P(\overline{B}) + P(B).P(\overline{A}) = 0,6.0,4 + 0,4.0,6 = 0,48$

Bài 5.12. Ba người đi săn *A, B, C* độc lập với nhau cùng nổ súng vào mục tiêu. Biết rằng xác suất bắn trúng mục tiêu của *A, B, C* tương ứng là: 0,7; 0,6; 0,5.
a) Tính xác suất để xạ thủ *A* bắn trúng còn hai xạ thủ kia bắn trượt.
b) Tính xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng

HD✍Giải

a) Gọi *H* là biến cố: "Xạ thủ A bắn trúng còn hai xạ thủ kia bắn trượt". Ta có
$P(H) = P(A)P(\overline{B})P(\overline{C}) = (0,7)(0,4)(0,5) = 0,14$

b) Gọi $\overline{K}$ là biến cố: "Không có xạ thủ nào bắn trúng". Ta có:

$P(\overline{K}) = P(\overline{A})P(\overline{B})P(\overline{C}) = (0,3)(0,4)(0,5) = 0,06$

Vậy xác suất cần tìm là : $P(K) = 1 - P(\overline{K}) = 0,94$

Bài 5.13. Một túi đựng 4 quả cầu đỏ, 6 quả cầu xanh. Chọn ngẫu nhiên 4 quả cầu. Tính xác suất để trong 4 quả đó có cả quả màu đỏ và màu xanh.

HD✍Giải

Ta có: n(Ω)= C_{10}^4 = 210

Số cách chọn 4 quả cầu toàn đỏ là 1.

Số cách chọn 4 quả cầu toàn xanh là C_6^4 = 15.

Gọi A là biến cố: "Chọn 4 quả cầu có cả quả màu đỏ và xanh"

Suy ra: $n(A)$ = 210 – 15 – 1 = 194. Vậy $P(A) = \dfrac{194}{210}$

Bài 5.14. Xác suất để làm thí nghiệm thành công là 0,4. Một nhóm 5 học sinh, mỗi học sinh độc lập với nhau tiến hành cùng thí nghiệm trên.
a) Tính xác suất để cả nhóm không có ai làm thí nghiệm thành công.
b) Tính xác suất để ít nhất có một học sinh trong nhóm làm thí nghiệm thành công (tính chính xác đến hàng phần trăm).

HD✍Giải

a) Xác suất để một học sinh trong nhóm làm thí nghiệm không thành công là 1 – 0,4 = 0,6. Theo qui tắc nhân xác suất, xác suất để cả nhóm (5 HS) không có ai làm thí nghiệm thành công là : $(0,6)^5 \approx 0,08$

b) Xác suất cần tìm là $1 - (0,6)^5 \approx 0,92$

Bài 5.15. Gieo một con súc sắc cân đối ba lần. Tính xác suất để có đúng hai lần xuất. hiện mặt 6 chấm.

HD✍Giải

Gọi A là biến cố "lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt 6 chấm", B là biến cố " lần gieo thứ hai xuất hiện mặt 6 chấm", C là biến cố " lầm gieo thứ ba xuất hiện mặt 6 chấm"
H là biến có " có đúng hai lần xuất hiện mặt 6 chấm"

Khi đó: $P(H) = P(A)P(B)P(\overline{C}) + P(A)P(\overline{B})P(C) + P(\overline{A})P(B)P(C)$

Ta có: $P(A) = P(B) = P(C) = \dfrac{1}{6}; P(\overline{A}) = P(\overline{B}) = P(\overline{C}) = \dfrac{5}{6}$. Vậy $P(H) = \dfrac{15}{216}$

Bài 5.16. Chọn ngẫu nhiên một vé xổ số có 5 chữ số từ 0 đến 9. Tính xác suất để số trên vé không có chữ số 1 hoặc không có chữ số 5.

HD✍Giải

Gọi A là biến cố " không có chữ số 1"; B là biến cố " không có chữ số 5"

Ta có $P(A) = P(B) = (0,9)^5$ và $P(AB) = (0,8)^5$

Từ đó $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 2.(0,9)^5 - (0,8)^5 = 0,8533$

Bài 5.17. Một túi chứa 16 viên bi, trong đó có 7 viên bi trắng, 6 viên bi đen và 3 viên bi đỏ.
a) Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi trong túi
i) Tính xác suất được hai viên bị đen
ii) Tính xác suất để được 1 viên bi đen và 1 viên bi trắng
b) Lấy ngẫu nhiên ba viên bi trong túi
i) Tính xác suất để được 3 viên bi đỏ
ii)Tính xác suất để được 3 viên bi với ba màu khác nhau

HD✍Giải

a) Số trường hợp có thể xảy ra là: C_{16}^2

i) Số trường hợp rút được hai viên bi đen là C_6^2. Vậy xác suất rút được hai viên bi đen là $\dfrac{C_6^2}{C_{16}^2} = \dfrac{1}{8}$

ii) Số trường hợp rút được 1 viên bi trắng và 1 viên bi đen là $C_7^1.C_6^1 = 42$. Vậy xác suất để được 1 viên bi đen và 1 viên bi trắng là $\frac{42}{C_{12}^2} = \frac{7}{20}$

b) Số trường hợp có thể xảy ra là C_{16}^3

i) Số trường hợp rút được 3 viên bi đỏ là $C_3^3 = 1$. Vậy xác suất rút được 3 viên bi đỏ là $\frac{1}{C_{16}^3} = \frac{1}{560}$

ii) Theo qui tắc nhân, ta có 7.6.3 = 126 cách chọn 3 viên bi có 3 màu khác nhau. Vậy xác suất rút được 3 viên bi có 3 màu khác nhau là $\frac{126}{C_{16}^3} = \frac{9}{40}$

Bài 5.18. Chọn ngẫu nhiên một thẻ từ năm thẻ đánh số 1, 2, 3, 4, 5. Kí hiệu:
A là biến cố " Thẻ ghi số bé hơn 3 được chọn"
B là biến cố " thẻ ghi số chẵn chọn được"
a) Mô tả không gian mẫu
b) Liệt kê các phần tử của tập *A* và *B*
c) Vì sao *A* và *B* không xung khắc
d) Tính $P(A), P(B), P(A \cap B), P(A \cup B)$

HD Giải

a) $\Omega = \{1,2,3,4,5\}$

b) $A = \{1,2\}, B = \{2,4\}$

c) $A \cap B = \{2\}$ nên *A* và *B* không xung khắc

d) $P(A) = \frac{2}{5} = P(B); P(A \cap B) = \frac{1}{5}, A \cup B = \{1;2;4\}, P(A \cup B) = \frac{3}{5}$

Bài 5.19. Gieo ba con súc sắc cân đối một cách độc lập. Tính xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của ba con súc sắc bằng 9.

HD Giải

Giả sử T là phép thử "Gieo ba con súc sắc". Kết quả của T là một bộ ba số (*x; y; z*) tương ứng là kết quả của việc giao com súc sắc thứ nhất, thứ hai, thứ ba. Không gian mẫu của T có 6.6.6 = 216 phần tử.
Gọi *A* là biến cố: "Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của ba con súc sắc là 9". Ta có tập hợp các kết quả thuận lợi cho *A* là: $\Omega_A = \{(x;y;z) / x+y+z = 9, 1 \le x,y,z \le 6, x,y,z \in \mathbb{N}^*\}$

Nhận xét: 9 = 1 + 2 + 6 = 1 + 3 + 5 = 2 + 3 + 4 = 1 + 4 + 4 = 2 + 2 + 5 = 3 + 3 + 3
Các tập $\{1;2;6\};\{1;3;5\};\{2;3;4\}$ mỗi tập có 6 phần tử của Ω_A, tập $\{1;4;4\};\{2;2;5\}$ mỗi tập có 3 phần tử của Ω_A và tập $\{3;3;3\}$ có duy nhất một phần tử của Ω_A

Vậy $|\Omega_A| = 6+6+6+3+3+1 = 25$. Vậy $P(A) = \frac{25}{216}$

Bài 5.20. Chọn ngẫu nhiên ba số từ tập $\{1,2,...,11\}$
a) Tính xác suất để tổng ba số được chọn là 12
b) Tính xác suất để tổng ba số được chọn là số lẻ

HD Giải

Không gian mẫu $\Omega = C_{11}^3 = 165$
a) Gọi *A* là biến cố "tổng ba số được chọn là 12". Khi đó, các bộ (a, b, c) mà a + b + c = 12 và a < b < c là (1,2,9), (1,3,8), (1,4,7), (1,5,6), (2,3,7), (2,4,6) và (3,4,5). Vậy $P(A) = \frac{7}{165}$
b) Gọi *B* là biến cố "tổng ba số được chọn là số lẻ".
Tổng a + b + c lẻ khi và chỉ khi: Hoặc cả ba số đều lẻ hoặc ba số có một số lẻ và hai số chẵn
Ta có $C_6^3 = 20$ cách chọn số lẻ từ tập số lẻ $\{1,3,5,7,9,11\}$ và có $C_6^1.C_5^2 = 60$ cách chọn một số lẻ và

hai số chẵn. Vậy $P(B)=\dfrac{20+60}{165}=\dfrac{16}{33}$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 5.21. Một túi chứa 16 viên bi, trong đó có 7 viên bi trắng, 6 viên bi đen và 3 viên bi đỏ.

a) Lấy ngẫu nhiên ba viên bi trong túi. Tính xác suất để:

i) Lấy được viên bi đỏ

ii) Lấy được cả ba viên bi không đỏ

iii) Lấy được một viên bi trắng, một viên bi đỏ, một viên bi đen

b) Lấy ngẫu nhiên bốn viên bi trong túi. Tính xác suất để:

i) Lấy được đúng một viên bi trắng

ii) Lấy được đúng hai viên bi trắng

c) Lấy ngẫu nhiên mười viên bi. Tính xác suất rút được 5 viên bi trắng, 3 viên bi đen và 2 viên bi đỏ.

Bài 5.22. Một hộp đựng 9 thẻ đánh số từ 1,2, . . ., 9. Rút ngẫu nhiên hai thẻ và nhân hai số ghi trên hai thẻ với nhau. Tính xác suất để:

a) Tích nhận được là số lẻ.

b) Tích nhận được là số chẵn.

Bài 5.23. Một hộp đựng 9 thẻ đánh số từ 1,2, . . ., 9. Rút ngẫu nhiên 5 thẻ. Tính xác suất để:

a) Các thẻ ghi số 1, 2, 3 được rút.

b) Có đúng một trong ba thể ghi các số 1, 2, 3 được rút.

c) Không thể nào trong ba thẻ ghi các số 1, 2, 3 được rút.

ÔN TẬP CHƯƠNG II

Bài 1. Có bao nhiêu cách xếp 7 người vào hai dãy ghế sao cho ghế đầu có 4 người và dãy sau có 3 người.

HD Giải

Chọn 4 người để xếp vào 4 ghế ở đầu: có A_7^4 cách. Còn 3 người xếp vào 3 ghế ở dãy sau: có 3! Cách

Vậy có tấ cả $A_7^4.3! = 5040$ cách xếp

Bài 2. Một câu lạc bộ có 30 thành viên
a) Có bao nhiêu cách chọn 5 thành viên vào Uỷ ban thương trực ?
b) Có bao nhiêu cách chọn Chủ tịch, Phó Chủ tịch và Thủ quỹ ?

HD Giải

a) Số cách chọn 5 người vào Uỷ ban thường trực là $C_{30}^5 = 142506$
b) Cần chọn 3 người giữ các chức vụ Chủ tịch, Phó Chủ tịch và Thủ quỹ. Số cách chọn là $A_{30}^3 = 24360$

Bài 3. Trong không gian cho tập hợp gồm 9 điểm trong đó không có 4 điểm nào đồng phẳng. Hỏi có thể lập được bao nhiêu tứ diện với các đỉnh thuộc tập hợp đã cho ?

HD Giải

Cứ 4 điểm không đồng phẳng cho ta được một tứ diện. Vậy số tứ diện cần tìm $C_9^4 = 126$ (tứ diện)

Bài 4. Trong khai triển của $\left(a^{-\frac{1}{6}}\sqrt{b} + b^{-\frac{1}{6}}\sqrt[3]{a}\right)^{21}$, xác định số hạng mà luỹ thừa của a và b giống nhau.

HD Giải

Ta có số hạng tổng quát trong khai triển là $T_{k+1} = C_{21}^k b^{\frac{k}{2}}.a^{-\frac{k}{6}}.a^{\frac{21-k}{3}}.b^{\frac{k-21}{6}} = C_{21}^k a^{\frac{42-3k}{6}}.b^{\frac{4k-21}{6}}$

Theo đề bài, ta có $42 - 3k = 4k - 21$. Suy ra $k = 9$

Bài 5.
a) Giải bất phương trình $2C_{x+1}^2 + 3A_x^2 < 30$
b) Giải phương trình $A_x^{10} + A_x^9 = 9A_x^8$

HD Giải

a) Điều kiện $x \in \mathbb{N}, x \geq 2$

Ta có $2C_{x+1}^2 + 3A_x^2 < 30 \Leftrightarrow (x+1)x + 3x(x-1) < 30 \Leftrightarrow 4x^2 - 2x - 30 < 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{2} < x < 3$

So với điều kiện, suy ra $x = 2$

b) Điều kiện $x \in \mathbb{N}, x \geq 10$. Ta có

$$A_x^{10} + A_x^9 = 9A_x^8 \Leftrightarrow \frac{x!}{(x-10)!} + \frac{x!}{(x-9)!} = 9.\frac{x!}{(x-8)!} \Leftrightarrow (x-9)(x-8) + x - 8 = 9 \Leftrightarrow x^2 - 16x + 55 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 11 \\ x = 5 \end{array}\right.$$

So với điều kiện, suy ra $x = 11$

Bài 6. Tính xác suất sao cho trong 13 con bài tú lơ khơ được chia nhẫu nhiên cho bạn Nguyên có 4 con pích, 3 con rô, 3 con cơ và 3 con nhép.

HD Giải

Số cách rút ra 13 con bài là C_{52}^{13}. Như vậy $n(\Omega) = C_{52}^{13}$

Kí hiệu A: "Trong 13 con bài có 4 con pích, 3 con rô, 3 con cơ và 3 con nhép".

Ta có $n(A) = C_{13}^4.C_9^3.C_6^3 = \frac{13!}{4!(3!)^2}$. Vậy $P(A) = \frac{13!}{4!(3!)^2.C_{52}^{13}} \approx 0,000002$

Bài 7. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên bé hơn 1000. Tính xác suất để số đó:
a) Chia hết cho 3 b) Chia hết cho 5

HD Giải

a) Các số chia hết cho 3 có dạng là $3k$ $(k \in \mathbb{N})$. Ta phải có $3k \leq 999$ nên $k \leq 333$

Vậy có 334 số chi hết cho 3 bé hơn 1000. Suy ra $P = \dfrac{334}{1000} = 0,334$

b) Các số chi hết cho 5 có dạng $5k\ (k \in \mathbb{N})$. Ta phải có $5k < 1000$ nên $k < 200$

Vậy có 200 số chia hết cho 5 bé hơn 1000. Suy ra $P = \dfrac{200}{1000} = 0,2$

Bài 8. Ba người đi săn *A, B, C* độc lập với nhau cùng nổ súng vào mục tiêu. Biết rằng xác suất bắn trúng mục tiêu của *A, B, C* tương ứng là: 0,4; 0,3; 0,2.
a) Tính xác suất để xạ thủ *A* bắn trúng còn hai xạ thủ kia bắn trượt.
b) Tính xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng

HD Giải

a) Gọi *H* là biến cố: "Xạ thủ *A* bắn trúng còn hai xạ thủ kia bắn trượt". Ta có

$P(H) = P(A)P(\overline{B})P(\overline{C}) = (0,4)(0,7)(0,8) = 0,224$

b) Gọi $\overline{K}$ là biến cố: "Không có xạ thủ nào bắn trúng". Ta có:

$P(\overline{K}) = P(\overline{A})P(\overline{B})P(\overline{C}) = (0,6)(0,7)(0,8) = 0,336$

Vậy xác suất cần tìm là : $P(K) = 1 - P(\overline{K}) = 0,664$

Bài 9. Bốn khẩu pháo cao xạ *A, B, C* và *D* cùng bắn độc lập vào một mục tiêu. Biết xác suất bắn trúng của các khẩu pháo trên tương ứng là: $P(A) = \dfrac{1}{2}, P(B) = \dfrac{2}{3}, P(C) = \dfrac{4}{5}, P(D) = \dfrac{5}{7}$. Tính xác suất để mục tiêu bị trúng đạn.

HD Giải

Gọi *H*: "Các khẩu pháo bắn trượt mục tiêu". Ta tính xác suất để mục tiêu không bị trúng đạn tức là khi cả 4 khẩu pháo đều bắn trượt. Ta có $P(H) = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{5}.\dfrac{2}{7} = \dfrac{1}{105}$

Xác suất để mục tiêu bị trúng đạn là $P\left(\overline{H}\right) = 1 - P(H) = 1 - \dfrac{1}{105} = \dfrac{104}{105}$

Bài 10. Một hộp đựng 5 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 3 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên hai viên bi.
a) Tính xác suất để chọn được hai viên bi cùng màu
b) Tính xác suất để chọn hai viên bi khác màu.

HD Giải

a) Không gian mẫu Ω có số phần tử là $n(\Omega) = C_{12}^2 = 66$
Gọi *A* là biến cố: "Chọn được hai viên cùng màu".

Ta có: $n(A) = C_5^2 + C_4^2 + C_3^2 = 19$. Vậy $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{19}{66}$

b) Biến cố: "Chọn được hai viên bi khác màu" chính là biến cố $\overline{A}$.

Vậy $P(\overline{A}) = 1 - P(D) = 1 - \dfrac{19}{66} = \dfrac{47}{66}$

Bài 11. Có ba hòm, mỗi hòm chứa 5 thẻ đánh số từ 1 đến 5. Rút ngẫu nhiện từ mỗi hòm một tấm thẻ. Tính xác suất để:
a) Tổng các số ghi trên ba tấm thẻ rút ra không lớn hơn 4?
b) Tổng các số ghi trên ba tấm thẻ rút ra bằng 6 ?

HD Giải

Không gian mẫu $\Omega = \left\{(x,y,z)/1 \le x \le 5, 1 \le y \le 5, 1 \le z \le 5; x,y,z \in \mathbb{N}^*\right\}$ trong đó x,y,z theo thứ tự là số ghi trên thẻ rút ở hòm thứ nhất, thứ hai và thứ ba. Ta có $n\left(\Omega\right) = 5.5.5 = 125$.

a) Gọi *A* là biến cố "Tổng các số ghi trên ba tấm thẻ rút ra không lớn hơn 4". Khi đó $\overline{A}$ là biến cố " Tổng số ghi trên ba tấm thẻ được chọn nhiều nhất là 3". Khi đó $\Omega_{\overline{A}} = \left\{(1,1,1)\right\}$ nên $n\left(\Omega_{\overline{A}}\right) = 1$

Vậy $P(A)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\dfrac{1}{125}=0,992$

b) Gọi B là biến cố "Tổng các số ghi trên ba tấm thẻ rút ra bằng 6"

Khi đó $\Omega_B=\left\{(x,y,z)/\,x+y+z=6,1\le x\le 5,1\le y\le 5,1\le z\le 5;x,y,z\in \mathbb{N}^*\right\}$

Ta có 6 = 1 + 2 + 3 = 1 + 1 + 4 = 2 + 2 + 2

Tập $\left\{1,2,3\right\}$ cho ta 6 phần tử của Ω_B, tập $\left\{1,1,4\right\}$ cho ta 3 phần tử của Ω_B, tập $\left\{2,2,2\right\}$chỉ cho duy nhất 1 phần tử của Ω_B. Vậy $n\left(\Omega_B\right)=6+3+1=10$. Do đó $P(B)=\dfrac{10}{125}=0,08$

Bài 12. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau (chữ số đầu tiên phải khác 0), trong đó có mặt chữ số 0 nhưng không có mặt chữ số 1 ?

HD Giải

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6},a_1\ne 0,a_i\ne a_j,i\ne j;i,j=\overline{1,6}$ và $a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6\in B=\left\{0,1,...,9\right\}$

Chọn một chữ số trong các chữ số $\left\{a_2,a_3,a_4,a_5,a_6\right\}$ để cho bằng 0 có 5 cách chọn

Chọn 5 chữ số còn lại từ $B\setminus\left\{0,1\right\}$ có A_8^5 cách chọn

Vậy số thoả mãn yêu cầu là: $5A_8^5=33600$ (số).

Bài 13. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số (chữ số đầu tiên phải khác 0), biết rằng chữ số 2 có mặt đúng hai lần, chữ số 3 có mặt đúng ba lần và các chữ số còn lại có mặt không quá một lần ?

HD Giải

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7},a_1\ne 0,$ và $a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6,a_7\in B=\left\{0,1,...,9\right\}$

- Xét trường hợp a_1 tuỳ ý (có thể bằng 0)

Chọn 2 vị trí xếp hai chữ số 2: có C_7^2 cách chọn

Chọn 3 vị trí xếp ba chữ số 3: có C_5^3 cách chọn

Còn hai vị trí, chọn hai chữ số xếp vào hai vị trí này: có $2!.C_8^2$

Do đó, ta có $C_7^2.C_5^3.2!C_8^2=11760$ (số)

- Xét trường hợp $a_1=0$

Chọn 2 vị trí xếp hai chữ số 2: có C_6^2 cách chọn

Chọn 3 vị trí xếp ba chữ số 3: có C_4^3 cách chọn

Chọn một số xếp vào vị trí còn lại: có 7 cách chọn

Do đó có: $C_6^2.C_4^3.7=420$ (số)

Vậy số thoả ycbt: 11760 – 420 = 11340(số).

Bài 14. Từ các chữ số 1, 2, 5, 7, 8, lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau và nhỏ hơn 276?

HD Giải

Gọi số cần tìm có dạng $n=\overline{a_1a_2a_3};a_i\ne a_j;i\ne j;i,j=\overline{1,3};a_1,a_2,a_3\in B=\left\{1,2,5,7,8\right\}$ và $n<276$

- $a=1$, khi đó b, c lấy trong $B\setminus\left\{a\right\}$. Do đó có $A_4^2=12$ (số)
- $a=2,b<7\Rightarrow b\in\left\{1,5\right\}$ và $c\in B\setminus\left\{a,b\right\}$. Do đó có $2.A_3^1=6$ (số)
- $a=2,b=7\Rightarrow c\in\left\{1,5\right\}$. Do đó có 2 (số)

Vậy số các số n thoả ycbt: 12 + 6 + 2 = 20(số)

Bài 15. Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 5 mà mỗi số gồm 4 chữ số khác nhau ?

HD Giải

Gọi số cần tìm có dạng $n=\overline{a_1a_2a_3a_4};a_i\ne a_j;i\ne j;i,j=\overline{1,4};a_1,a_2,a_3,a_4\in B=\left\{0,1,2,4,...,9\right\}$

Số cách chọn a_4 có 2 cách chọn

Số cách chọn a_1, a_2, a_3 có A_9^3 cách chọn

Vậy có $2A_9^3$ số có 4 chữ số chia hết cho 5 (kể cả trường hợp $a_1 = 0$)

Số trường hợp $a_1 = 0$ là A_9^2

Vậy số cần tìm thoả yêu cầu bài toán là: $2A_9^3 - A_9^2 = 952$ (số)

<u>Cách khác</u>: *Giải theo quy tắc đếm.*

<u>Bài 16.</u> Từ các chữ số 1,2,3,4,5,6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số có 6 chữ số và thoả mãn điều kiện: Sáu chữ số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu nhỏ hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị ?

<u>HD Giải</u>

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}; a_i \neq a_j; i \neq j; i, j = \overline{1,6}; a_i \in B = \{1,2,3,4,5,6\}$

Điều kiện: $a_1 + a_2 + a_3 = a_4 + a_5 + a_6 - 1$. Vì 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21

Vậy suy ra $a_1 + a_2 + a_3 = 10$ hiển nhiên $a_4 + a_5 + a_6 = 11$

Ta có các trường hợp sau xảy ra:

$\{1,3,6\}$ *và* $\{2,4,5\}$. *Ta có* : $3!.3! = 36$ *số*

$\{1,4,5\}$ *và* $\{2,3,6\}$. *Ta có* : $3!.3! = 36$ *số*

$\{2,3,5\}$ *và* $\{1,4,6\}$. *Ta có* : $3!.3! = 36$ *số*

Theo quy tắc cộng ta có: 36 + 36 + 36 = 108 số cần tìm.

<u>Bài 17.</u> Từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7,8,9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số gồm 6 chữ số khác nhau và tổng các chữ số hàng chục, hàng trăm, hàng nghìn bằng 8.

<u>HD Giải</u>

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}; a_i \neq a_j; i \neq j; i, j = \overline{1,6}; a_i \in B = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

Theo đề bài, ta có $a_3 + a_4 + a_5 = 8$, suy ra $a_3, a_4, a_5 \in \{1,2,5\}$ *hay* $a_3, a_4, a_5 \in \{1,3,4\}$

Trường hợp: $a_3, a_4, a_5 \in \{1,2,5\}$

Số cách chọn a_3, a_4, a_5 có $3! = 6$ cách chọn

Số cách chọn a_1, a_2, a_6 có A_6^3 cách chọn

Vậy có $6.A_6^3 = 720$ (số)

Trường hợp: $a_3, a_4, a_5 \in \{1,3,4\}$, thực hiện giải tương tự, ta có 720 (số)

Vậy có 720 + 720 = 1440 số cần tìm.

<u>Bài 18.</u> Đội tuyển học sinh giỏi của trường gồm 18 em, trong đó có 7 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách cử 8 học sinh trong đội đi dự trại hè sao cho mỗi khối có ít nhất một em học sinh được chọn ?

<u>HD Giải</u>

Số cách chọn 8 học sinh từ 18 em của đội tuyển là $C_{18}^8 = 43758$ cách

Trong 43758 cách chọn bất kì trên bao gồm:

- Số cách chọn 8 học sinh từ khối 12 và 11 là C_{13}^8
- Số cách chọn 8 học sinh từ khối 12 và 10 là C_{12}^8
- Số cách chọn 8 học sinh từ khối 10 và 11 là C_{11}^8

Vậy số cách chọn thoả yêu cầu bài toán là: $C_{18}^8 - \left(C_{13}^8 + C_{12}^8 + C_{11}^8\right) = 41811$ (cách chọn)

<u>Bài 19.</u> Giả sử có khai triển $(1-x)^n + x(1+x)^{n-1} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$

Biết $a_0 + a_1 + a_2 + ... + a_n = 512$. Hãy tính hệ số a_3

<u>HD Giải</u>

Từ giả thiết chọn $x=1 \Rightarrow 2^{n-1}=a_0+a_1+a_2+...+a_n=512 \Rightarrow n=10$

Với $n=10$, ta có

$(1-x)^{10}+x(1+x)^9=C_{10}^0-C_{10}^1x+C_{10}^2x^2-C_{10}^3x^3...+C_{10}^{10}+C_9^0x+C_9^1x^2+C_9^2x^3+...+C_9^9x^{10}$

Từ đó suy ra $a_3=-C_{10}^3+C_9^2=-84$

Bài 20. Gọi $a_1,a_2,...,a_{11}$ là các hệ số trong khai triển sau: $(x+1)^{10}(x+2)=x^{11}+a_1x^{10}+a_2x^9+...+a_{11}$. Hãy tính hệ số a_5

HD Giải

Ta có $(x+1)^{10}=C_{10}^0x^{10}+C_{10}^1x^9+C_{10}^2x^8+C_{10}^3x^7+C_{10}^4x^6+C_{10}^5x^5+...+C_{10}^9x+C_{10}^{10}$

Suy ra $(x+1)^{10}(x+2)=...+\left[C_{10}^5+2C_{10}^4\right]x^6+...$

Vậy $a_5=C_{10}^5+2C_{10}^4=672$

Bài 21. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{26} trong khai triển $\left(\frac{1}{x^4}+x^7\right)^n$, biết rằng $C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^2+...+C_{2n+1}^n=2^{20}-1$

HD Giải

Từ giả thiết, ta có $C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^2+...+C_{2n+1}^n=2^{20}$ (1)

Vì $C_{2n+1}^k=C_{2n+1}^{2n+1-k}, \forall k, 0\le k\le 2n$, nên

$C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^2+...+C_{2n+1}^n=\frac{1}{2}\left(C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^2+...+C_{2n+1}^{2n+1}\right)$ (2)

Từ khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1+1)^{2n+1}$

suy ra $C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^2+...+C_{2n+1}^{2n+1}=2^{2n+1}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra: $2^{2n}=2^{20} \Leftrightarrow n=10$

Ta có $\left(\frac{1}{x^4}+x^7\right)^{10}=\sum_{k=0}^{n}C_{10}^k\left(x^{-4}\right)^{10-k}\left(x^7\right)^k=\sum_{k=0}^{n}C_{10}^kx^{11k-40}$

Hệ số của x^{26} là C_{10}^k thoả mãn: $11k-40=26 \Leftrightarrow k=6$

Vậy hệ số của x^{26} là : $C_{10}^6=210$

Bài 22. Cho khai triển nhị thức:

$\left(2^{\frac{x-1}{2}}+2^{-\frac{x}{3}}\right)^n=C_n^0\left(2^{\frac{x-1}{2}}\right)^n+C_n^1\left(2^{\frac{x-1}{2}}\right)^{n-1}\left(2^{-\frac{x}{3}}\right)+...+C_n^{n-1}\left(2^{\frac{x-1}{2}}\right)\left(2^{-\frac{x}{3}}\right)^{n-1}+C_n^n\left(2^{-\frac{x}{3}}\right)^n$

(n là số nguyên dương). Biết rằng trong khai triển đó $C_n^3=5C_n^1$ và số hạng thứ tư bằng $20n$. Tìm x,n

HD Giải

Ta có $C_n^3=5C_n^1 \Leftrightarrow \begin{cases} n\in\mathbb{Z}^+, n\ge 3 \\ (n-2)(n-1)=30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n\in\mathbb{Z}^+, n\ge 3 \\ \left[\begin{array}{l} n=7 \\ n=-4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow n=7$

Và $T_4=C_7^3\left(2^{\frac{x-1}{2}}\right)^4\left(2^{-\frac{x}{3}}\right)=20n \Leftrightarrow C_7^3\left(2^{\frac{x-1}{2}}\right)^4\left(2^{-\frac{x}{3}}\right)=140 \Leftrightarrow 2^{x-2}=4 \Leftrightarrow x=4$

Vậy $n=7, x=4$

Bài 23. Tìm số nguyên dương $n: C_n^0+2C_n^1+4C_n^2+...+2^nC_n^n=243$

HD Giải

Từ khai triển: $\left(1+x\right)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + ... + C_n^n x^n$. Ta chọn $x = 2$ ta được

$\left(1+2\right)^n = 3^n = C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + ... + 2^n C_n^n$. Do đó $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + ... + 2^n C_n^n = 243 \Leftrightarrow 3^n = 3^5 \Leftrightarrow n = 5$

Vậy $n = 5$

Bài 24. Tìm số tự nhiên n thoả mãn: $C_n^2 C_n^{n-2} + 2C_n^2 C_n^3 + C_n^3 C_n^{n-3} = 100$

HD Giải

Điêu kiện $n \ge 3$ và $n \in \mathbb{N}$. Ta có

$$C_n^2 C_n^{n-2} + 2C_n^2 C_n^3 + C_n^3 C_n^{n-3} = 100 \Leftrightarrow \left(C_n^2\right)^2 + 2C_n^2 C_n^3 + \left(C_n^3\right)^2 = 100 \Leftrightarrow \left(C_n^2 + C_n^3\right)^2 = 100$$

$$\Leftrightarrow C_n^2 + C_n^3 = 10 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 10 \Leftrightarrow (n-1)n(n+1) = 3.4.5 \Rightarrow n = 4$$

Vậy $n = 4$

Bài 25. Với n là số nguyên dương, gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $\left(x^2+1\right)^n \left(x+2\right)^n$. Tìm n để $a_{3n-3} = 26n$

HD Giải

Ta có $\left(x^2+1\right)^n \left(x+2\right)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k x^{2n-2k} \sum_{h=0}^{n} C_n^h x^{n-h} 2^h = \sum_{k=0}^{n}\sum_{h=0}^{n} C_n^k C_n^h 2^h x^{3n-(2k+h)}$

Từ giả thiết, ta suy ra $2k + h = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = 1, h = 1 \\ k = 0, h = 3 \end{array}\right.$

Từ đó suy ra: $a_{3n-3} = 2C_n^1 C_n^1 + 2^3 C_n^0 C_n^3 = 26n \Rightarrow n = 5$

Vậy $n = 5$

Bài 26. Tìm hệ số của x^8 trong khai triển thành đa thức của $\left[1 + x^2\left(1-x\right)\right]^8$

HD Giải

Ta có

$$\left[1 + x^2\left(1-x\right)\right]^8 = C_8^0 + C_8^1 x^2\left(1-x\right) + C_8^2 x^4\left(1-x\right)^2 + C_8^3 x^6\left(1-x\right)^3$$
$$+ C_8^4 x^8\left(1-x\right)^4 + ... + C_8^8 x^{16}\left(1-x\right)^8$$

Số hạng chứa x^8 trong khai triển trên chỉ có trong $C_8^3 x^6\left(1-x\right)^3$ và $C_8^4 x^8\left(1-x\right)^4$

Suy ra hệ số của x^8 là $3C_8^3 + C_8^4 = 238$

Bài 27. Tìm n là số nguyên dương thoả mãn bất phương trình: $A_n^3 + 2C_n^{n-2} \le 9n$

HD Giải

Bất phương trình $A_n^3 + 2C_n^{n-2} \le 9n$, có điều kiện $n \ge 3, n \in \mathbb{N}$ (*)

$$A_n^3 + 2C_n^{n-2} \le 9n \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!} + \frac{2.n!}{(n-2)!2!} \le 9n \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) + n(n-1) \le 9n$$
$$\Leftrightarrow n^2 - 2n - 8 \le 0 \Leftrightarrow -2 \le n \le 4$$

Từ (*), suy ra $n = 3, n = 4$

Bài 28. Giả sử n là số nguyên dương và $\left(1+x\right)^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_k x^k + ... + a_n x^n$. Biết rằng tồn tại số k nguyên($n \le k \le n-1$) sao cho : $\frac{a_{k-1}}{2} = \frac{a_k}{9} = \frac{a_{k+1}}{24}$. Hãy tính n

HD Giải

Ta có $\left(1+x\right)^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_k x^k + ... + a_n x^n$

Và

$$\frac{a_{k-1}}{2}=\frac{a_k}{9}=\frac{a_{k+1}}{24}\Leftrightarrow\frac{C_n^{k-1}}{2}=\frac{C_n^k}{9}=\frac{C_n^{k+1}}{24}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{C_n^{k-1}}{2}=\dfrac{C_n^k}{9}\\ \dfrac{C_n^k}{9}=\dfrac{C_n^{k+1}}{24}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2(n-k+1)=9k\\3(n-k)=8(k+1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=\dfrac{2n+2}{11}\\ k=\dfrac{3n-8}{11}\end{cases}\Leftrightarrow 3n-8=2n+2\Leftrightarrow n=10$$

Bài 29. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển đa thức $\left(2-3x\right)^{2n}$, trong đó n nguyên dương thoả mãn: $C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^3+C_{2n+1}^5+...+C_{2n+1}^{2n+1}=1024$

HD Giải

Ta có $(1+x)^{2n+1}=C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^1x+C_{2n+1}^2x^2+...+C_{2n+1}^{2n+1}x^{2n+1}$

Chọn $x=1$ ta được: $(1+1)^{2n+1}=2^{2n+1}=C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^2+...+C_{2n+1}^{2n+1}$ (1)

Chọn $x=-1$ ta được: $(1-1)^{2n+1}=0=C_{2n+1}^0-C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^2-...-C_{2n+1}^{2n+1}$ (2)

Lấy (1) – (2) $\Rightarrow 2^{2n+1}=2\left(C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^3+C_{2n+1}^5+...+C_{2n+1}^{2n+1}\right)$

Suy ra: $2^{2n}=2^{10}\Leftrightarrow 2n=10$

Ta có: $\left(2-3x\right)^{10}$ có số hạng khai triển tổng quát: $T_{k+1}=C_{10}^k(-1)^k2^{10-k}\left(3x\right)^k$

Hệ số của x^7 ứng với k = 7.

Vậy hệ số của x^7 là $-C_{10}^7 3^7 2^3=-2099520$

Bài 30. Cho tập *A* gồm n phần tử $\left(n\ge 4\right)$. Biết rằng số tập con gồm 4 phần tử của *A* bằng 20 lần số tập con gồm 2 phần tử của *A*. Tìm $k\in\left\{1;2;3;...;n\right\}$ sao cho số tập con gồm k phần tử của *A* là lớn nhất.

HD Giải

Theo bài toán, ta có:

$$C_n^4=20C_n^2\Leftrightarrow\frac{n!}{4!(n-4)!}=20\frac{n!}{2!(n-2)!}\Leftrightarrow(n-3)(n-2)=20.12\Rightarrow n=18\ (\text{Vì } n\ge 4)$$

C_{18}^k lớn nhất $\Leftrightarrow\begin{cases}C_{18}^k\ge C_{18}^{k+1}\\C_{18}^k\ge C_{18}^{k-1}\end{cases}\Rightarrow k=9$. Vậy: $k=9$

Bài 31. Cho n số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1}=C_n^3$. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(\dfrac{nx^2}{14}-\dfrac{1}{x}\right)^n, x\ne 0$.

HD Giải

Ta có: $5C_n^{n-1}=C_n^3\Leftrightarrow 5n=\dfrac{n(n-1)(n-2)}{6}\Leftrightarrow n=7$ (vì *n* nguyên dương)

Khi đó: $\left(\dfrac{nx^2}{14}-\dfrac{1}{x}\right)^n=\left(\dfrac{nx^2}{14}-\dfrac{1}{x}\right)^7=\sum\limits_{k=0}^{7}C_7^k\left(\dfrac{x^2}{2}\right)^{7-k}\left(-\dfrac{1}{x}\right)^k=\sum\limits_{k=0}^{7}\dfrac{(-1)^kC_7^k}{2^{7-k}}x^{14-3k}$

Số hạng chứa x^5 tương ứng với $14-3k=5\Leftrightarrow k=3$

Vậy số hạng cần tìm là $\dfrac{(-1)^3C_7^3}{2^4}x^5=-\dfrac{35}{16}x^5$

Bài 32. Gọi *S* là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Xác định số phần tử của *S*. Chọn ngẫu nhiên một số từ *S*, tính xác suất để số được chọn là số chẵn.

HD Giải

Số phần tử của S là $n(S) = A_7^3 = 210$. Gọi A là biến cố: "Chọn được từ S số được chọn là số chẵn"
Ta có $n(A) =$ 3.6.5 = 90 (cách)

Xác suất cần tìm là: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)} = \dfrac{90}{210} = \dfrac{3}{7}$

Bài 33. Có hai hộp chứa bi. Hộp thứ nhất chứa 4 viên bi đỏ và 3 viên bi trắng, hộp thứ hai chứa 2 viên bi đỏ và 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra 1 viên bi. Tính xác suất để 2 viên bi được lấy ra cùng màu.

HD Giải

Số cách chọn 2 viên bi, mỗi viên từ một hộp là: 7.6 = 42
Số cách chọn 2 vuên bi đỏ, mỗi viên từ một hộp là: 4.2 = 8
Số cách chọn 2 vuên bi trắng, mỗi viên từ một hộp là: 3.4 = 12

Xác suất lấy ra được hai viên bi cùng màu là: $P = \dfrac{8+12}{42} = \dfrac{10}{21}$

Bài 34. Từ một hộp chứa 16 thẻ đánh số từ 1 đến 16, chọn ngẫu nhiên 4 thẻ. Tính xác suất để 4 thẻ được chọn đều đánh số chẵn.

HD Giải

Số phần tử không gian mẫu: $n\left(\Omega\right) = C_{16}^4 = 1820$

Gọi biến cố A: "Chọn được 4 thẻ đều đánh số chẵn"

Kết quả thuận lợi cho biến có A là $n\left(A\right) = C_8^4 = 70$

Xác suất của biến cố A là $P\left(A\right) = \dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)} = \dfrac{70}{1820} = \dfrac{1}{26}$

Bài 35. Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ một công ty sữa, người ta đã giử đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa để phân tích mẫu. Tính xác suất để 3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại.

HD Giải

Số phần tử không gian mẫu: $n\left(\Omega\right) = C_{12}^3 = 220$

Gọi biến cố A: "3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại"

Kết quả thuận lợi cho biến có A là $n\left(A\right) = C_5^1.C_4^1.C_3^1 = 60$

Xác suất của biến cố A là $P\left(A\right) = \dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)} = \dfrac{60}{220} = \dfrac{3}{11}$

Bài 36. Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 27 đường chéo.

HD Giải

Số đường chéo của đa giác đều n đỉnh là $C_n^2 - n = \dfrac{n\left(n-3\right)}{2}$

Theo giả thiết, ta có: $\dfrac{n\left(n-3\right)}{2} = 27 \Leftrightarrow n = 9$ hoặc $n = -6$

Do $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$ nên giá trị n cần tìm là $n = 9$

Bài 37. Trong đợt ứng phó dịch MERS-CoV, Sở Y tế thành phố đã chọn ngẫu nhiên 3 đội phòng chống dịch cơ động trong 5 đội của Trung tâm y tế dự phòng thành phố và 20 đội của các Trung tâm y tế cơ sở để kiểm tra công tác chuẩn bị. Tính xác suất để ít nhất 2 đội của Trung tâm y tế cơ sở được chọn.

HD Giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{25}^3 = 2300$

Gọi A là biến cố "ít nhất 2 đội của Trung tâm y tế cơ sở được chọn"

Ta có số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_{20}^3 C_5^1 + C_{20}^3 = 2090$

Vậy: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{209}{230}$

Bài 38. Hai thí sinh *A* và *B* tham gia một buổi thi vấn đáp. Cán bộ hỏi thi đưa cho mỗi thí sinh một bộ câu hỏi thi gồm 10 câu hỏi khác nhau, được đựng trong 10 phong bì dán kín, có hình thức giống hệt nhau, mỗi bì đựng 1 câu hỏi; thí sinh chọn 3 phong bì trong số đó để xác định câu hỏi thi của mình. Biết rằng bộ 10 câu hỏi thi dành cho các thí sinh là như nhau, tính xác suất để 3 câu hỏi *A* và 3 câu hỏi *B* chọn là giống nhau.

HD✍Giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=\left(C_{10}^{3}\right)^{2}=14400$

Gọi *A* là biến cố "3 câu hỏi *A* và 3 câu hỏi *B* chọn là giống nhau"

Ta có số kết quả thuận lợi cho biến cố *A* là $n(A)=C_{10}^{3}.1=120$ (vì với mỗi cách chọn 3 câu hỏi của *A*, *B* chỉ có duy nhất cách chọn 3 câu hỏi giống như *A*)

Vậy: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{120}{14400}=\dfrac{1}{120}$

Bài 39. Học sinh A thiết kế bảng điều kiển điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi một số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn liên tiếp 3 nút khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút đó theo thứ tự đã nhấn tọa thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B không biết quy tắc mở cửa trên, đã nhấn ngẫu nhiên liên tiếp 3 nút khác nhau trên bảng điều kiển. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó.

HD✍Giải

Không gian mẫu Ω có số phần tử là $n(\Omega)=A_{10}^{3}=720$

Gọi E là biến cố: "B mở được cửa phòng học". Ta có:

$E=\{(0;1;9),(0;2;8),(0;3;7),(0;4;6),(1;2;7),(1;3;6),(1;4;5);(2;3;5)\}$. Do đó $n(E)=8$

Vậy: $P(E)=\dfrac{n(E)}{n(\Omega)}=\dfrac{1}{90}$

Bài 40. Trong kì thi THPT Quốc Gia năm 2016 có 4 môn thi trắc nghiệm và 4 môn thi tự luận. Một giáo viên được bốc thăm ngẫu nhiên để phụ trách coi thi 5 môn. Tính xác suất để giáo viên đó phụ trách coi thi ít nhất 2 môn trắc nghiệm.

HD✍Giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{8}^{5}=56$

Gọi *A* là biến cố "Giáo viên đó phụ trách coi thi ít nhất 2 môn trắc nghiệm"

Ta có số kết quả thuận lợi cho biến cố *A* là $n(A)=C_4^2.C_4^3+C_4^3.C_4^2+C_4^4.C_4^1=52$

Vậy: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{52}{56}=\dfrac{13}{14}$

Bài 41. Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Tìm xác suất P để lấy được 3 quả cầu màu xanh.

HD✍Giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{15}^{3}=455$.

Gọi A là biến cố: " lấy được 3 quả cầu màu xanh". Khi đó, $n(A)=C_4^3=4$.

Xác suất $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{4}{455}$.

Bài 42. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6+(3x-1)^8$.

HD✍Giải

Ta có: $x(2x-1)^6+(3x-1)^8=x\sum_{k=0}^{6}C_6^k.(2x)^k.(-1)^{6-k}+\sum_{h=0}^{8}C_8^h.(3x)^h.(-1)^{8-h}$

Suy ra hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức là: $C_6^4.(2)^4.(-1)^{6-4}+C_8^5.(3)^5.(-1)^{6-5}=-13368$.

Bài 43. Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$. Tìm xác suất P để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3.

HD✍Giải

Không gian mẫu có số phần tử là $17^3 = 4913$.
Lấy một số tự nhiên từ 1 đến 17 ta có các nhóm số sau:
① Số chia hết cho 3: có 5 số thuộc tập $\{3;6;9;12;15\}$.
② Số chia cho 3 dư 1: có 6 số thuộc tập $\{1;4;7;10;13;16\}$.
③ Số chia cho 3 dư 2: có 6 số thuộc tập $\{2;5;8;11;14;17\}$.
Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$ thỏa mãn ba số đó có tổng chia hết cho 3 thì các khả năng xảy ra như sau:
TH1: Ba số đều chia hết cho 3 có $5^3 + 6^3 + 6^3 = 557$ cách.
TH2: Một số chia hết cho 3, một số chia cho 3 dư 1, chia cho 3 dư 2 có $5.6.6.3! = 1080$ cách.
Vậy xác suất cần tìm là $P = \dfrac{557+1080}{4913} = \dfrac{1637}{4913}$.

Bài 44. Trong không gian cho $2n$ điểm phân biệt $(n \ge 3, n \in \mathbb{N})$, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng và trong $2n$ điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên mặt phẳng. Biết rằng có đúng 505 mặt phẳng phân biệt được tạo thành từ $2n$ điểm đã cho. Tìm n?

HD✍Giải

Xem 3 điểm trong $2n$ điểm đã cho lập nên một mặt phẳng, thế thì ta có C_{2n}^3 mặt phẳng.

Tuy nhiên vì trong $2n$ điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên mặt phẳng nên n điểm này có duy nhất 1 mặt phẳng.

Vậy số mặt phẳng có được là $\left(C_{2n}^3 - C_n^3 + 1\right)$.

Theo đề bài ta có: $C_{2n}^3 - C_n^3 + 1 = 505 \Leftrightarrow \dfrac{(2n)!}{3!(2n-3)!} - \dfrac{n!}{3!(n-3)!} = 504$

$\Leftrightarrow 2n(2n-1)(2n-2) - n(n-1)(n-2) = 3024 \Leftrightarrow 7n^3 - 9n^2 + 2n - 3024 = 0 \Leftrightarrow n = 8$.

Bài 45. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ tập $A = \{0;1;2;3;...;9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Tính xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 7875.

HD✍Giải

Số phần tử của không gian mẫu là số cách lập các số có 6 chữ số từ tập A, do đó $n_\Omega = 9.10^5$.

Gọi B là biến cố chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng $7875 = 3^2.5^3.7$.

Số phần tử của B là $C_6^2.C_4^3 = 60$. Suy ra xác suất $P(B) = \dfrac{60}{9.10^5} = \dfrac{1}{15000}$.

Bài 46. Tìm giá trị của $A = \dfrac{1}{1!2018!} + \dfrac{1}{2!2017!} + \dfrac{1}{3!2016!} + ... + \dfrac{1}{1008!1011!} + \dfrac{1}{1009!1010!}$.

HD✍Giải

Ta có $\dfrac{1}{k!(n-k)!} = \dfrac{C_n^k}{n!}$. Do đó $A = \dfrac{C_{2019}^1}{2019!} + \dfrac{C_{2019}^2}{2019!} + \dfrac{C_{2019}^3}{2019!} + ... + \dfrac{C_{2019}^{1009}}{2019!} = \dfrac{C_{2019}^1 + C_{2019}^2 + ... + C_{2019}^{1009}}{2019!}$

$$= \frac{C_{2019}^0 + C_{2019}^1 + C_{2019}^2 + ... + C_{2019}^{1009} - 1}{2019!} = \frac{2^{2018} - 1}{2019!}.$$

Bài 47. Đề kiểm tra 15 phút có 10 câu trắc nghiệm mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó có một phương án đúng, trả lời đúng được 1,0 điểm. Một thí sinh làm cả 10 câu, mỗi câu chọn một phương án.

Tính xác suất để thí sinh đó đạt từ $8,0$ trở lên.

HD Giải

Số phân tử không gian mẫu $n(\Omega)=4^{10}$. Gọi A là biến cố "thí sinh đạt từ $8,0$ trở lên".

Ta có các trường hợp:

+ Thí sinh đúng 8 câu, sai 2 câu có $C_{10}^{8}.3^{2}=405$ (cách).

+ Thí sinh đúng 9 câu, sai 1 câu có $C_{10}^{9}.3^{1}=30$ (cách).

+ Thí sinh đúng cả 10 câu có $C_{10}^{10}=1$ (cách).

Do đó $n(A)=405+30+1=436$. Vậy xác suất của biến cố A là $P=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{436}{4^{10}}$.

Bài 48. Số tự nhiên n thỏa $1.C_n^1+2.C_n^2+...+n.C_n^n=1024$. Tìm n.

HD Giải

Xét khai triển: $(1+x)^n=C_n^0+C_n^1x+C_n^2x^2+...+C_n^nx^n$.

Lấy đạo hàm hai vế ta được: $n(1+x)^{n-1}=C_n^1+2C_n^2x+...+nC_n^nx^{n-1}$.

Cho $x=1$ ta được: $n.2^{n-1}=C_n^1+2C_n^2+...+nC_n^n$ mà $1.C_n^1+2.C_n^2+...+n.C_n^n=1024$.

Suy ra: $n.2^{n-1}=1024 \Leftrightarrow n.2^{n-1}-1024=0$. Xét phương trình $g(n)=n.2^{n-1}-1024$, $n\ge 1$.

Có $g'(n)=2^{n-1}+n.2^{n-1}.\ln 2>0, \forall n\ge 1$ nên $g(n)$ đồng biến $[1;+\infty)$.

Do đó phương trình $g(n)=0$ có nhiều nhất 1 nghiệm. Mà $g(8)=1024$ nên $n=8$.

Bài 49. Lớp 11A có 40 học sinh trong đó có 12 học sinh đạt điểm tổng kết môn Hóa học loại giỏi và 13 học sinh đạt điểm tổng kết môn Vật lí loại giỏi. Biết rằng khi chọn một học sinh của lớp đạt điểm tổng kết môn Hóa học hoặc Vật lí loại giỏi có xác suất là $0,5$. Số học sinh đạt điểm tổng kết giỏi cả hai môn Hóa học và Vật lí là bao nhiêu ?

HD Giải

Gọi A là biến cố "Học sinh được chọn đạt điểm tổng kết loại giỏi môn Hóa học".
B là biến cố "Học sinh được chọn đạt điểm tổng kết loại giỏi môn Vật lí".
$A\cup B$ là biến cố "Học sinh được chọn đạt điểm tổng kết môn Hóa học hoặc Vật lí loại giỏi".
$A\cap B$ là biến cố "Học sinh được chọn đạt điểm tổng kết loại giỏi cả hai môn Hóa học và Vật lí".
Ta có: $n(A\cup B)=0,5.40=20$.

Mặt khác: $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A.B)\Rightarrow n(A.B)=n(A)+n(B)-n(A\cup B)=12+13-20=5$.

Bài 50. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(1+x+x^2+x^3\right)^{10}$.

HD Giải

Ta có: $\left(1+x+x^2+x^3\right)^{10}=\left(1+x^2\right)^{10}(1+x)^{10}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^{k}.x^{2k}.\sum_{i=0}^{10}C_{10}^{i}.x^{i}=\sum_{k=0}^{10}\sum_{i=0}^{10}C_{10}^{k}.C_{10}^{i}.x^{2k+i}$

Hệ số của số hạng chứa x^5 nên $2k+i=5$.
Trường hợp 1: $k=0$, $i=5$ nên hệ số chứa x^5 là $C_{10}^{0}.C_{10}^{5}$.
Trường hợp 2: $k=1$, $i=3$ nên hệ số chứa x^5 là $C_{10}^{1}.C_{10}^{3}$.

Trường hợp 3: $k=2$, $i=1$ nên hệ số chứa x^5 là $C_{10}^2.C_{10}^1$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^5 là $C_{10}^0.C_{10}^5+C_{10}^1.C_{10}^3+C_{10}^2.C_{10}^1=1902$.

Bài 51, Trong không gian cho $2n$ điểm phân biệt $(n\geq 3, n\in\mathbb{N})$, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng và trong $2n$ điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên mặt phẳng. Biết rằng có đúng 505 mặt phẳng phân biệt được tạo thành từ $2n$ điểm đã cho. Tìm n?

HD✍Giải

Xem 3 điểm trong $2n$ điểm đã cho lập nên một mặt phẳng, thế thì ta có C_{2n}^3 mặt phẳng.

Tuy nhiên vì trong $2n$ điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên mặt phẳng nên n điểm này có duy nhất 1 mặt phẳng. Vậy số mặt phẳng có được là $\left(C_{2n}^3-C_n^3+1\right)$.

Theo đề bài ta có: $C_{2n}^3-C_n^3+1=505 \Leftrightarrow \dfrac{(2n)!}{3!(2n-3)!}-\dfrac{n!}{3!(n-3)!}=504$

$\Leftrightarrow 2n(2n-1)(2n-2)-n(n-1)(n-2)=3024 \Leftrightarrow 7n^3-9n^2+2n-3024=0 \Leftrightarrow n=8$.

Bài 52. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ tập $A=\{0;1;2;3;...;9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Tính xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 7875.

HD✍Giải

Số phần tử của không gian mẫu là số cách lập các số có 6 chữ số từ tập A, do đó $n_\Omega=9.10^5$.

Gọi B là biến cố chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng $7875=3^2.5^3.7$.

Số phần tử của B là $C_6^2.C_4^3=60$. Suy ra xác suất $P(B)=\dfrac{60}{9.10^5}=\dfrac{1}{15000}$.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 41. Giải các bất phương trình

a) $C_{x-1}^4-C_{x-1}^3-\dfrac{5}{4}A_{x-2}^2<0$ b) $C_{n+1}^{n-2}-C_{n+1}^{n-1}\leq 100$

c) $\dfrac{A_{n+1}^4}{C_{n-1}^{n-3}}<14P_3$ d) $\dfrac{1}{2}A_{2x}^2-A_x^2\leq\dfrac{6}{x}C_x^3+10$

Bài 42.

a) Định x và y sao cho : $C_{x+1}^y:C_x^{y+1}:C_x^{y-1}=6:5:2$

b) Định x và y sao cho: $\left(A_{x-1}^y+yA_{x-1}^{y-1}\right):A_x^{y-1}:C_x^{y-1}=10:2:1$

Bài 43. Một tổ có 7 học sinh nữ, 5 học sinh nam. Cần chọn 6 học sinh trong đó số học sinh nữ phải nhỏ hơn 4. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

Bài 44. Một đôi văn nghệ có 15 người gồm 10 nam và 5nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập một nhóm đồng ca gồm 8 người trong đó phải có ít nhất 3 nữ.

Bài 45. Từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số gồm 5 chữ số khác nhau và nhất thiết phải có hai chữ số 1 và 5 ?

Bài 46. Từ 9 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn mà mỗi số gồm 7 chữ số khác nhau?

Bài 47. Trong một môn học, thầy giáo có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 10 câu hỏi trung bình và 15 câu hỏi dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi (khó, trung bình, dễ) và số câu hỏi dễ không ít hơn 2?

Bài 48. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(\dfrac{1}{x}+\sqrt{x}\right)^{19}$

Bài 49. Tìm số hạng không chứa a trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(\frac{1}{a^3}+a^2\right)^{10}$

Bài 50. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(\frac{1}{x^3}+\sqrt{x^5}\right)^n$. Biết rằng $C_{n+4}^{n+1}-C_{n+3}^{n}=7(n+3)$.

Bài 51. Tính giá trị của biểu thức $M=\frac{2A_{n+2}^4+3A_n^3}{(n+1)!}$ biết rằng $C_{n+1}^2+2C_{n+2}^2+2C_{n+3}^2+C_{n+4}^2=149$

Bài 52. Tìm hệ số của x^8 trong khai triển $\left(x^2+2\right)^n$, biết rằng $A_n^3-8C_n^2+C_n^1=49$.

Bài 53. Tìm hệ số không chứa x trong khai triển $\left(3x^2-\frac{2}{x}\right)^{30}$

Bài 54. Trong khai triển nhị thức $\left(x+\frac{1}{x}\right)^n$, hệ số của số hạng thứ ba lớn hơn hệ số của số hạng thứ hai là 35. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nói trên.

Bài 55. Giải các phương trình

a) $P_x.A_x^2+72=6\left(A_x^2+2P_x\right)$ b). $C_{n-1}^4-C_{n-1}^3-\frac{5}{4}A_{n-2}^2=0$

c) $A_x^{10}+A_x^9=9A_x^8$ d) $2P_3+6A_n^2-P_nA_n^2=12$

Bài 56. Từ một hộp chứa 6 quả cầu trắng và 4 qủa cầu đen, lấy ngẫu nhiên đồng thời 4 quả. Tính xác suất sao cho:

a) Bốn quả cầu lấy ra cùng màu b) Có ít nhất một quả cầu trắng.

Bài 57. Trong một bệnh viện có 40 bác sĩ ngoại khoa. Hỏi có bao nhiêu cách phân công ca mổ, nếu mỗi ca gồm:

a) Một bác sĩ mổ và một bác sĩ phụ? b) Một bác sĩ mổ và bốn bác sĩ phụ?

Bài 58. Chọn ngẫu nhiên ba học sinh từ một tổ gồm có sáu nam và bốn nữ. Tính xác suất sao:

a) Cả ba học sinh đều là nam b) Có ít nhất một nam

CHƯƠNG II. TỔ HỢP VÀ XÁC SUẤT

PHẦN TRẮC NGHIỆM

----------o0o----------

Câu 1: Một lớp có 40 học sinh đăng kí chơi ít nhất một trong hai môn thể thao bóng đá và cầu lông. Có 30 em đăng kí môn bóng đá, 25 em đăng kí môn cầu lông. Hỏi có bao nhiêu em đăng kí cả hai môn thể thao ?

A. 10. **B.** 15. **C.** 5. **D.** 20.

Câu 2: Số 6000 có bao nhiêu ước nguyên dương ?

A. 40. **B.** 32. **C.** 24. **D.** 42.

Câu 3: Trong đợt ứng phó dịch MERS-CoV, Sở Y tế thành phố đã chọn ngẫu nhiên 3 đội phòng chống dịch cơ động trong 5 đội của Trung tâm y tế dự phòng thành phố và 20 đội của các Trung tâm y tế cơ sở để kiểm tra công tác chuẩn bị. Tìm xác suất *P* để ít nhất 2 đội của Trung tâm y tế cơ sở được chọn.

A. $P=\frac{209}{230}$. **B.** $P=\frac{1}{115}$. **C.** $P=\frac{209}{230}$. **D.** $P=\frac{19}{46}$.

Câu 4: Hỏi có bao nhiêu số các số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau và chia hết cho 5 ?

A. 30. **B.** 90000. **C.** 17280. **D.** 28560.

Câu 5: Xác suất bắn trúng mục tiêu của một vận động viên khi bắn một viên đạn là 0,6. Người đó bắn hai viên đạn một cách độc lập. Tìm xác suất *P* để một viên đạn trúng mục tiêu và một viên đạn trượt mục tiêu.

A. $P=0,56$. **B.** $P=0,84$. **C.** $P=0,98$. **D.** $P=0,48$.

Câu 6: Gieo hai con súc sắc cân đối. Tìm xác suất *P* để tích các số chấm trên hai con súc sắc là số lẻ.

A. $P=\frac{6}{36}$. **B.** $P=\frac{9}{36}$. **C.** $P=\frac{7}{36}$. **D.** $P=\frac{8}{36}$.

Câu 7: Cho tập nền $B=\{1;2;4;5;7\}$. Có thể lập được từ B bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau ?

A. 120. **B.** 72. **C.** 48. **D.** 60.

Câu 8: Tính hệ số của $x^{12}y^{13}$ trong khai triển $(x+y)^{25}$.

A. C_{25}^{13}. **B.** C_{13}^{12}. **C.** C_{25}^{12}. **D.** $2.C_{25}^{13}$.

Câu 9: Tìm giá trị của biểu thức $J=3^{17}C_{17}^{0}-4.3^{16}C_{17}^{1}+4^{2}.3^{15}C_{17}^{2}-4^{3}.3^{14}C_{17}^{3}+...-4^{17}C_{17}^{17}$.

A. $J=7^{n}$. **B.** $J=17$. **C.** $J=-1$. **D.** $J=12^{n}$.

Câu 10: Trong khai triển của $(3x+2y)^{17}$. Tìm hệ số của $x^{8}y^{9}$.

A. $2^{8}3^{9}C_{17}^{9}$. **B.** $2^{9}3^{9}C_{17}^{8}$. **C.** $2^{9}3^{8}C_{17}^{8}$. **D.** $2^{8}3^{9}C_{17}^{8}$.

Câu 11: Từ một hộp chứa 6 quả cầu trắng và 4 qủa cầu đen, lấy ngẫu nhiên đồng thời 4 quả. Tính xác suất sao cho có ít nhất một quả cầu trắng.

A. $P=\frac{200}{210}$. **B.** $P=\frac{1}{105}$. **C.** $P=\frac{209}{210}$. **D.** $P=\frac{2}{7}$.

Câu 12: Một hộp đựng chín thẻ đánh số từ 1 đến 9. Tìm xác suất *P* để rút ngẫu nhiên hai thẻ rồi nhân hai số ghi trên thẻ với nhau có kết quả nhận được là một số chẵn.

A. $P=\frac{7}{18}$. **B.** $P=\frac{1}{6}$. **C.** $P=\frac{13}{18}$. **D.** $P=\frac{5}{9}$.

Câu 13: Có hai hộp chứa các quả cầu. Hộp thứ nhất chứa 6 quả cầu trắng, 4 quả cầu đen. Hộp thứ hai chứa 4 quả cầu trắng, 6 quả cầu đen. Từ mỗi hộp lấy ngẫu nhiên một quả. Tìm xác suất *P* để lấy ra hai quả cùng màu.

A. $P=\frac{13}{25}$. **B.** $P=1$. **C.** $P=\frac{24}{25}$. **D.** $P=\frac{12}{25}$.

Câu 14: Trên một mặt phẳng, 9 đường thẳng song song cắt 10 đường thẳng song song khác thì tạo nên bao nhiêu hình bình hành trên mặt phẳng đó ?

A. 90. **B.** 1630. **C.** 1620. **D.** 180.

Câu 15: Giả sử có khai triển $(1-x)^n + x(1+x)^{n-1} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$. Biết $a_0 + a_1 + a_2 + ... + a_n = 512$. Hãy tất cả giá trị thực của *n*.

A. $n = 10$. **B.** $n = 100$. **C.** $n = 7$. **D.** $n = 10$ và $n = 9$.

Câu 16: An có 12 cuốn sách tham khảo khác nhau, trong đó có 6 cuốn sách toán, 4 cuốn sách vật lí và 2 cuốn sách hóa học. An muốn xếp chúng vào 3 ngăn A, B, C trên giá sách sao cho mỗi ngăn chứa một loại sách. Hỏi An có bao nhiêu cách xếp?

A. 220. **B.** 1320. **C.** 207360. **D.** 34560.

Câu 17: Cho tập *A* là một tập hợp có 20 phần tử. Hỏi có bao nhiêu tập con của tập *A* ?

A. 20. **B.** 20^{20}. **C.** 2^{20}. **D.** 2^{20-1}.

Câu 18: Biết hệ số của x^2 trong khai triển $(1+3x)^n$ là 90. Hãy tìm *n*.

A. $n = 5$. **B.** $n = 9$. **C.** $n = 10$. **D.** $n = 7$.

Câu 19: Trong mặt phẳng có 6 đường thẳng song song với nhau và 8 đường thẳng khác cũng song song với nhau đồng thời cắt 6 đường thẳng đã cho. Hỏi có bao nhiêu hình bình hành được tạo nên bởi 14 đường thẳng đã cho ?

A. 320. **B.** 96. **C.** 420. **D.** 48.

Câu 20: Túi bên phải có 3 bi đỏ, 2 bi xanh; túi bên trái có 4 bi đỏ, 5 bi xanh. Lấy một bi từ mỗi túi một cách ngẫu nhiên. Tìm xác suất *P* sao cho hai bi lấy ra khác màu.

A. $P = \frac{22}{45}$. **B.** $P = \frac{12}{45}$. **C.** $P = \frac{13}{45}$. **D.** $P = \frac{23}{45}$.

Câu 21: Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 10 bạn, trong đó có An và Bình, vào 10 ghế kê thành hàng ngang, sao cho Hai bạn An và Bình không ngồi cạnh nhau?

A. 10! – 8!. **B.** 8. 8!. **C.** 72. 8!. **D.** 2!.5!.5!.

Câu 22: Một hộp đựng 11 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Tìm xác suất *P* để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ. (**lưu ý:** Tổng là số lẻ: hoặc là 1 lẻ và 5 chẵn hoặc là 3 lẻ và 3 chẵn hoặc là 5 lẻ và 1 chẵn)

A. $P = \frac{100}{231}$. **B.** $P = \frac{1}{2}$. **C.** $P = \frac{118}{231}$. **D.** $P = \frac{115}{231}$.

Câu 23: Cô giáo chia 4 quả táo, 3 quả cam và 2 quả chuối cho 9 cháu (mỗi cháu một quả). Hỏi có bao nhiêu cách chia khác nhau ?

A. 18. **B.** 1630. **C.** 1260. **D.** 9.

Câu 24: Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6, người ta lập tất cả các số gồm 4 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số trong các số lập được. Tìm xác suất *P* để số được chọn chia hết cho 3.

A. $P = \frac{1}{360}$. **B.** $P = \frac{1}{3}$. **C.** $P = \frac{2}{3}$. **D.** $P = \frac{1}{15}$.

Câu 25: Hai thí sinh *A* và *B* tham gia một buổi thi vấn đáp. Cán bộ hỏi thi đưa cho mỗi thí sinh một bộ câu hỏi thi gồm 10 câu hỏi khác nhau, được đựng trong 10 phong bì dán kín, có hình thức giống hệt nhau, mỗi bì đựng 1 câu hỏi; thí sinh chọn 3 phong bì trong số đó để xác định câu hỏi thi của mình. Biết rằng bộ 10 câu hỏi thi dành cho các thí sinh là như nhau, tìm xác suất *P* để 3 câu hỏi *A* và 3 câu hỏi *B* chọn là giống nhau.

A. $P = \frac{1}{2}$. **B.** $P = 1$. **C.** $P = \frac{1}{6}$. **D.** $P = \frac{1}{120}$.

Câu 26: Chọn ngẫu nhiên 6 số dương trong tập $\{1;2;3;...;10\}$ và sắp xếp theo thứ tự tăng dần (từ thấp lên cao). Tìm xác suất *P* để số 3 được chọn xếp ở vị trí thứ hai.

A. $P = \frac{1}{3}$. **B.** $P = \frac{1}{6}$. **C.** $P = \frac{1}{2}$. **D.** $P = \frac{1}{60}$.

Câu 27: Có ba chiếc hộp *A, B, C,* mỗi hộp chứa ba chiếc thẻ được đánh số từ 1, 2, 3. Từ mỗi hộp rút ngẫu nhiên một chiếc thẻ. Tìm xác suất *P* để tổng số ghi trên ba tấm thẻ bằng 6.

A. $P = \frac{6}{27}$. **B.** $P = \frac{1}{27}$. **C.** $P = \frac{7}{27}$. **D.** $P = \frac{1}{3}$.

Câu 28: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số, biết rằng hai số đúng kề nhau phải khác nhau ?

A. 59049. **B.** 27216. **C.** 81000. **D.** 90000.

Câu 29: Số 80041500 có bao nhiêu ước nguyên dương ?

A. 342. **B.** 243. **C.** 423. **D.** 432.

Câu 30: Một người đi qu lịch mang 3 hộp thịt, 2 hộp quả và 3 hộp sữa. Do trời mưa nên các hộp bị mất nhãn. Người đó chọn ngẫu nhiên 3 hộp. Tính xác suất *P* để trong đó có một hộp thịt, một hộp sữa và một hộp quả.

A. $P = \frac{1}{18}$. **B.** $P = \frac{1}{3}$. **C.** $P = \frac{1}{7}$. **D.** $P = \frac{9}{28}$.

Câu 31: Kết quả (b, c) của việc gieo con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần, trong đó b là số chấm xuất hiện trong lần gieo đầu, c là số chấm xuất hiện trong lần gieo thứ hai, được thay vào phương trình: $x^2 + bx + c = 0$. Tìm xác suất *P* để phương trình có nghiệm kép.

A. $P = \frac{17}{18}$. **B.** $P = \frac{17}{36}$. **C.** $P = \frac{19}{36}$. **D.** $P = \frac{1}{18}$.

Câu 32: Có bao nhiêu đường chéo của thập giác ?

A. 30. **B.** 10. **C.** 35. **D.** 45.

Câu 33: Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1, 2, 3, ..., 9. Rút ngẫu nhiên 5 thẻ . Tìm xác suất *P* để có đúng một trong ba thẻ ghi số 1, 2, 3 được rút.

A. $P = \frac{2}{15}$. **B.** $P = \frac{4}{21}$. **C.** $P = \frac{5}{14}$. **D.** $P = \frac{5}{42}$.

Câu 34: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên bé hơn 1000. Tìm xác suất *P* để số đó chia hết cho 3.

A. $P = \frac{333}{1000}$. **B.** $P = \frac{331}{1000}$. **C.** $P = \frac{335}{1000}$. **D.** $P = \frac{334}{1000}$.

Câu 35: Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2. Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác có các đỉnh là 3 điểm trong 37 điểm đã chọn trên d_1 và d_2.

A. 5950. **B.** 2720. **C.** 3230. **D.** 340.

Câu 36: Tổ của An và Bình có 7 học sinh. Tìm số cách sắp xếp 7 học sinh ấy theo một hàng dọc mà An đứng đầu hàng, Bình đứng cuối hàng.

A. 240. **B.** 5040. **C.** 216. **D.** 120.

Câu 37: Tìm giá trị của biểu thức $N = 3C_{2009}^0 + 3^2 C_{2009}^1 + 3^3 C_{2009}^2 + ... + 3^{2010} C_{2009}^{2009}$. là

A. $N = 3^{2010}$. **B.** $N = 3.4^{2009}$. **C.** $N = 4^{2010}$. **D.** $N = 5^{2009}$.

Câu 38: Gọi T_k là số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6, x \neq 0$. Tìm số hạng T_k.

A. $T_4 = 240$. **B.** $T_3 = 420$. **C.** $T_6 = 240$. **D.** $T_3 = 240$.

Câu 39: Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1, 2, 3, ..., 9. Rút ngẫu nhiên 5 thẻ . Tìm xác suất *P* để các thẻ ghi số 1, 2, 3 được rút.

A. $P = \frac{1}{21}$. **B.** $P = \frac{5}{42}$. **C.** $P = \frac{7}{42}$. **D.** $P = \frac{5}{14}$.

Câu 40: Từ một hộp chứa 16 thẻ đánh số từ 1 đến 16, chọn ngẫu nhiên 4 thẻ. Tính xác suất *P* để 4 thẻ được chọn đều đánh số chẵn.

A. $P=\frac{1}{26}$. **B.** $P=\frac{25}{26}$. **C.** $P=1$. **D.** $P=\frac{1}{2}$.

Câu 41: Giải phương trình $2P_n+6A_n^2-P_nA_n^2=12$.

A. $n=2;n=3$. **B.** $n=2;n=4$. **C.** $n=4;n=6$. **D.** $n=3;n=4$.

Câu 42: Với bốn chữ số 1; 2; 3; 4 có thể lập được bao nhiêu số có các chữ số phân biệt ?

A. 24. **B.** 32. **C.** 16. **D.** 64.

Câu 43: Một tổ học sinh có 5 nam và 5 nữ xếp thành một hàng dọc. Có bao nhiêu cách xếp sao cho không có học sinh cùng giới tính đứng kề nhau ?

A. 10! – 5!. **B.** 5!.5!. **C.** 2!.5!.5!. **D.** 10!.

Câu 44: Tìm số tự nhiên n thoả mãn: $C_n^2C_n^{n-2}+2C_n^2C_n^3+C_n^3C_n^{n-3}=100$.

A. $n=9$. **B.** $n=4$. **C.** $n=2$. **D.** $n=6$.

Câu 45: Tính A_n^2 nếu biết số hạng thứ 6 của khai triển $\left(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{x}\right)^n$ không phụ thuộc vào x.

A. $A_n^2=420$. **B.** $A_n^2=380$. **C.** $A_n^2=3003$. **D.** $A_n^2=480$.

Câu 46: Tìm giá trị của biểu thức $M=C_{2009}^0+2C_{2009}^1+2^2C_{2009}^2+...+2^{2009}C_{2009}^{2009}$. là

A. $M=2009$. **B.** $M=3^{2009}$. **C.** $M=3$. **D.** $M=2010$.

Câu 47: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất P để số được chọn là số chẵn.

A. $P=\frac{2}{7}$. **B.** $P=\frac{3}{7}$. **C.** $P=\frac{1}{3}$. **D.** $P=\frac{91}{210}$.

Câu 48: Cho đa giác đều có 2n cạnh $A_1A_2...A_{2n}$ ($n\ge 2$, n nguyên) nội tiếp trong một đường tròn. Biết rằng số tam giác có 3 đỉnh lấy trong 2n điểm $A_1,A_2,...,A_{2n}$ nhiều gấp 20 lần số hình chữ nhật có 4 đỉnh lấy trong $2n$ điểm $A_1,A_2,...,A_{2n}$. Tìm n .

A. $n=8$. **B.** $n=6$. **C.** $n=4$. **D.** $n=12$.

Câu 49: Trong một đa giác đều bảy cạnh, kẻ các đường chéo. Hỏi có bao nhiêu giao điểm của các đường chéo, trừ các đỉnh ?

A. 27. **B.** 35. **C.** 840. **D.** 28.

Câu 50: Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $C_x^1+6C_x^2+6C_x^3=9x^2-14x$.

A. $x=3$ và $x=8$. **B.** $x=7$. **C.** $x=7$ và $x=9$. **D.** $x=8$.

Câu 51: Trong một vòng loại Olympic, trên tám đường bơi, 8 vận động viên không cùng một lúc về đích. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp hạng xảy ra ?

A. 42000. **B.** 43020. **C.** 42300. **D.** 40320.

Câu 52: Trong kì thi THPT Quốc Gia năm 2016 có 4 môn thi trắc nghiệm và 4 môn thi tự luận. Một giáo viên được bốc thăm ngẫu nhiên để phụ trách coi thi 5 môn. Tìm xác suất P để giáo viên đó phụ trách coi thi ít nhất 2 môn trắc nghiệm.

A. $P=\frac{13}{14}$. **B.** $P=\frac{2}{7}$. **C.** $P=\frac{1}{4}$. **D.** $P=\frac{2}{5}$.

Câu 53: Ta xếp 5 quả cầu trắng khác nhau và 5 quả cầu đỏ khác nhau vào 10 vị trí theo một dãy, sao cho quả cầu cùng màu không đứng cạnh nhau. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp như vậy ?

A. 28800. **B.** 14000. **C.** 156. **D.** 240.

Câu 54: Cho khai triển $(1+2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$. Tìm số hạng thứ 5 trong khai triển đó, biết rằng $a_0+a_1+a_2+...+a_n=729$.

A. $T_5=C_6^52^3x^4$. **B.** $T_5=C_6^52^2x^4$. **C.** $T_5=C_6^52^5x^4$. **D.** $T_5=C_6^52^4x^4$.

Câu 55: Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C sẽ ngồi trên một hàng ngang có 9 ghế. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ cho 9 người đó sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh ?

A. 43200. **B.** 35684. **C.** 55012. **D.** 94536.

Câu 56: Tính tổng S của tất cả các số gồm 4 chữ số khác nhau và số đã lập được từ nền $B=\{1;2;3;4\}$ bằng phép hoán vị ?

A. $S=7\ 777\ 777$. **B.** $S=66660$. **C.** $S=5\ 555\ 555$. **D.** $S=88880$.

Câu 57: Cho số nguyên dương *n* thỏa mãn điều kiện $C_n^0-2C_n^1+4C_n^2=97$. Gọi T_k là số hạng chứa x^2 trong khai triển theo công thức nhị thức Niu_tơn của biểu thức $P(x)=\left(x+\frac{2}{x^2}\right)^n, x\neq 0$. Tìm số hạng T_k.

A. $T_3=211x^2$. **B.** $T_3=112x^2$. **C.** $T_2=121x^2$. **D.** $T_2=112x^2$.

Câu 58: Trong một vòng loại Olympic, trên tám đường bơi, 8 vận động viên không cùng một lúc về đích. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp hạng xảy ra ?

A. 42030. **B.** 40320. **C.** 40312. **D.** 40230.

Câu 59: Số 337211875 có bao nhiêu ước nguyên dương ?

A. 140. **B.** 210. **C.** 120. **D.** 240.

Câu 60: Có hai hộp chứa bi. Hộp thứ nhất chứa 4 viên bi đỏ và 3 viên bi trắng, hộp thứ hai chứa 2 viên bi đỏ và 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra 1 viên bi. Tính xác suất *P* để 2 viên bi được lấy ra cùng màu.

A. $P=\frac{13}{42}$. **B.** $P=\frac{4}{21}$. **C.** $P=\frac{10}{21}$. **D.** $P=\frac{2}{7}$.

Câu 61: Tìm hệ số của x^9 sau khi khai triển và rút gọn đa thức $(1+x)^9+(1+x)^{10}+...+(1+x)^{14}$.

A. 3001. **B.** 3003. **C.** 2901. **D.** 3010.

Câu 62: Từ một tổ gồm 7 học sinh nữ và 5 học sinh nam cần chọn ra 6 em trong đó số học sinh nữ phải nhỏ hơn 4. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy ?

A. 108. **B.** 246. **C.** 462. **D.** 642.

Câu 63: Giải phương trình $x^2-8x+n=0$. Biết số nguyên dương *n* thỏa mãn $C_n^3-2C_{n-1}^3+C_{n+2}^3=466$.

A. $x=7$. **B.** $x=4$. **C.** $x=5$. **D.** $x=3$.

Câu 64: Trong kì thi cuối năm lớp 11, xác suất để Bình đạt điểm giỏi môn toán là 0,92; môn văn là 0,88. Tìm xác suất *P* để Bình đạt điểm giỏi cả hai môn toán và văn.

A. 0,5. **B.** 0,8096. **C.** 0,9904. **D.** 0,0096.

Câu 65: Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 6 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 600.000 ?

A. 30360. **B.** 393600. **C.** 39360. **D.** 33960.

Câu 66: Số 2389976875 có bao nhiêu ước nguyên dương ?

A. 420. **B.** 360. **C.** 120. **D.** 240.

Câu 67: Một tổ có 7 nam sinh và 4 nữ sinh. Giáo viên cần chọn 3 học sinh xếp bàn ghế của lớp, trong đó có ít nhất 1 nam sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ?

A. 28. **B.** 161. **C.** 990. **D.** 165.

Câu 68: Số 653672250 có bao nhiêu ước nguyên dương ?

A. 360. **B.** 260. **C.** 240. **D.** 144.

Câu 69: Tìm số nguyên dương *n* thỏa mãn: $\frac{1}{A_n^{n-1}}+\frac{1}{C_{n+1}^{n-1}}+\frac{1}{A_{n+1}^2}=1$.

A. $n=6$. **B.** $n=2$. **C.** $n=9$. **D.** $n=3$.

Câu 70: Cho *n* số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1}=C_n^3$. Tìm tất cả các giá trị của *n*.

A. $n=5$. **B.** $n=7$. **C.** $n=4$ và $n=2$. **D.** $n=7$ và $n=9$.

Câu 71: Từ ba đỉnh của tam giác *ABC* có thể lập được bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{O}$.

A. 12(vectơ). **B.** 6(vectơ). **C.** 9(vectơ). **D.** 3(vectơ).

Câu 72: Tìm số nguyên dương *n* thỏa mãn: $C_{n+1}^2+2C_{n+2}^2+3C_{n+3}^2=45$.

A. $n=3$ và $n=2$. **B.** $n=4$ và $n=1$. **C.** $n=2$. **D.** $n=3$.

Câu 73: Tìm số tự nhiên n thoả mãn: $C_{n+1}^{3}-C_{n}^{n-2}=C_{n}^{n-1}.C_{n+4}^{1}$.

A. $n=12$. **B.** $n=7$. **C.** $n=2$. **D.** $n=11$.

Câu 74: Số 3969000 có bao nhiêu ước nguyên dương ?

A. 40. **B.** 240. **C.** 120. **D.** 432.

Câu 75: Tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{1}{C_4^x}-\frac{1}{C_5^x}=\frac{1}{C_6^x}$ thuộc khoảng nào ?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(3;7)$. **D.** $(0;4)$.

Câu 76: Tìm tất cả giá trị n là số nguyên dương thoả mãn bất phương trình: $A_n^3+2C_n^{n-2}\le 9n$.

A. $n=4$. **B.** $n=3$. **C.** $n=3, n=5$. **D.** $n=3, n=4$.

Câu 77: Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số trong đó các chữ số cách đều số đứng chính giữa thì giống nhau ?

A. 920. **B.** 1000. **C.** 720. **D.** 900.

Câu 78: Với các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 5 chữ số khác nhau ?

A. 1260. **B.** 2400. **C.** 1280. **D.** 4200.

Câu 79: Một hộp đựng 5 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 3 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên hai viên bi. Tìm xác suất *P* để chọn được hai viên bi cùng màu.

A. $P=\frac{47}{66}$. **B.** $P=\frac{6}{66}$. **C.** $P=\frac{12}{66}$. **D.** $P=\frac{19}{66}$.

Câu 80: Trên tập $B=\{1;2;3;4;5;6;7\}$ có thể lập thành được bao nhiêu số tự nhiên gồm bảy chữ số khác nhau.

A. 5400. **B.** 4500. **C.** 4050. **D.** 5040.

Câu 81: Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $A_x^{10}+A_x^{9}=9A_x^{8}$.

A. $x=11$ và $x=5$. **B.** $x=11$.

C. $x=11$ và $x=10$. D, $x=5$.

Câu 82: Một hộp đựng bốn viên bi xanh, ba viên bi đỏ và hai viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên hai viên bi. Tìm xác suất *P* để chọn được hai viên bi khác màu.

A. $P=\frac{9}{13}$. **B.** $P=\frac{2}{9}$. **C.** $P=\frac{13}{18}$. **D.** $P=\frac{5}{18}$.

Câu 83: Một bài trắc nghiệm khách quan có 10 câu hỏi. Mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời. Hỏi có bao nhiêu phương án chọn trả lời ?

A. 4^{10}. **B.** 10^4. **C.** 4. **D.** 40.

Câu 84: Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và nằm trong khoảng (2000; 4000).

A. 1006. **B.** 1012. **C.** 1016. **D.** 1008.

Câu 85: Tìm giá trị của biểu thức $K=C_{2009}^{0}-C_{2009}^{1}+C_{2009}^{2}-...+(-1)^{2009}C_{2009}^{2009}$.

A. $K=2009$. **B.** $K=2010$. **C.** $K=2^{2009}$. **D.** $K=0$.

Câu 86: Cho một đa giác lồi có 15 cạnh. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{O}$ với điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của đa giác ?

A. 225(vectơ). **B.** 30(vectơ). **C.** 105(vectơ). **D.** 210(vectơ).

Câu 87: Tìm số tự nhiên n thoả mãn: $C_{n+1}^{2}.A_n^2-\left(A_{2n}^{1}\right)^2=4n^3$.

A. $n=9$. **B.** $n=16$. **C.** $n=12$. **D.** $n=5$.

Câu 88: Gọi T_k là số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức $\left(x^2+\frac{1}{x^3}\right)^n, x \neq 0$, biết rằng: $C_n^1+C_n^3=13n$ (n là số tự nhiên lớn hơn 2, x là số thực khác 0). Tìm số hạng T_k.

A. $T_7=210$. **B.** $T_6=310$. **C.** $T_5=120$. **D.** $T_5=210$.

Câu 89: Kết quả (b,c) của việc gieo con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần, trong đó b là số chấm xuất hiện trong lần gieo đầu, c là số chấm xuất hiện trong lần gieo thứ hai, được thay vào phương trình: $x^2+bx+c=0$. Tìm xác suất P để phương trình vô nghiệm.

A. $P=\frac{17}{36}$. **B.** $P=\frac{17}{18}$. **C.** $P=\frac{19}{36}$. **D.** $P=\frac{1}{18}$.

Câu 90: Một đoàn đại biểu gồm 4 học sinh được chọn từ một tổ gồm 5 nam và 4 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho trong đó có ít nhất một nam và ít nhất một nữ ?

A. 124. **B.** 3024. **C.** 126. **D.** 120.

Câu 91: Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2+x)^n$, biết: $3^nC_n^n-3^{n-1}C_n^{n-1}+3^{n-2}C_n^{n-2}-3^{n-3}C_n^{n-3}+...+(-1)^nC_n^n=2048$.

A. 11. **B.** 23. **C.** 24. **D.** 22.

Câu 92: Hỏi có bao nhiêu cách chọn một tập hợp 5 chữ cái từ bảng chữ cái Tiếng Anh ?

A. 7893600. **B.** 56780. **C.** 120. **D.** 65780.

Câu 93: Trong khai triển của $(1+ax)^n$ ta có số hạng đầu là 1, số hạng thứ hai là 24*x*, số hạng thứ ba là $252x^2$. Hãy tìm a và n .

A. $\begin{cases} a=3 \\ n=4 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a=3 \\ n=8 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a=8 \\ n=3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a=2 \\ n=8 \end{cases}$.

Câu 94: Trong một trò chơi điên tử, xác suất để An thắng một trân là 0,4 (không có hòa). Hỏi An phải chơi tối thiểu bao nhiêu trân để xác suất An thắng ít nhất một trận trong loạt chơi đó lớn hơn 0,95?

A. 9 trận. **B.** 5 trận. **C.** 7 trận. **D.** 6 trận.

Câu 95: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau chia hết cho 10 ?

A. 80640. **B.** 5040. **C.** 2520. **D.** 3024.

Câu 96: Trong khai triển của $(1-2x)^8$. Tìm hệ số của x^2.

A. 212. **B.** 112. **C.** 122. **D.** 121.

Câu 97: Tìm giá trị của biểu thức $H=C_{2009}^0+C_{2009}^1+C_{2009}^2+...+C_{2009}^{2009}$.

A. $H=2009$. **B.** $H=0$. **C.** $H=2^{2009}$. **D.** $H=2$.

Câu 98: Gọi T_k là số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)^{18}, x \neq 0$. Tìm số hạng T_k.

A. $T_{10}=48620$. **B.** $T_9=48620$. **C.** $T_{10}=48820$. **D.** $T_{11}=43758$.

Câu 99: Lấy hai con bài từ cỗ bài tú lơ khơ 52 con. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ?

A. 2652. **B.** 1326. **C.** 450. **D.** 104.

Câu 100: Một túi đựng 4 quả cầu đỏ, 6 quả cầu xanh. Chọn ngẫu nhiên 4 quả cầu. Gọi P là xác suất trong 4 quả đó có cả quả màu đỏ và màu xanh. Khi đó:

A. $P=\frac{9}{210}$ **B.** $P=\frac{97}{105}$ **C.** $P=\frac{1}{15}$ **D.** $P=\frac{194}{220}$

Câu 101: Một hộp chứa 16 viên bi, với 7 viên bi trắng, 6 viên bi đen và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 10 viên bi. Tìm xác suất P để rút được 5 viên bi trắng, 3 viên bi đen và 2 viên bi đỏ.

A. $P=\frac{27}{65}$. **B.** $P=\frac{45}{286}$. **C.** $P=\frac{35}{5040}$. **D.** $P=\frac{11}{3003}$.

Câu 102: Kết quả (b,c) của việc gieo con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần, trong đó b là số chấm xuất hiện trong lần gieo đầu, c là số chấm xuất hiện trong lần gieo thứ hai, được thay vào phương trình: $x^2+bx+c=0$. Tìm xác suất P để phương trình có nghiệm.

A. $P=\dfrac{1}{18}$. **B.** $P=\dfrac{17}{36}$. **C.** $P=\dfrac{19}{36}$. **D.** $P=\dfrac{17}{18}$.

Câu 103: Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 10 bạn, trong đó có An và Bình vào 10 ghế kê thành hàng ngang, sao cho hai bạn An và Bình ngồi cạnh nhau ?

A. 10!. **B.** 9!. **C.** 18. 8!. **D.** 2.10!.

Câu 104: Số 283618125 có bao nhiêu ước nguyên dương ?

A. 120. **B.** 240. **C.** 220. **D.** 420.

Câu 105: Gieo hai con súc sắc cân đối. Tìm xác suất P để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 7.

A. $P=\dfrac{1}{2}$. **B.** $P=\dfrac{1}{6}$. **C.** $P=\dfrac{7}{36}$. **D.** $P=\dfrac{2}{9}$.

Câu 106: Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số phân biệt ?

A. 2700. **B.** 7216. **C.** 26216. **D.** 27216.

Câu 107: Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1, 2, 3, ..., 9. Rút ngẫu nhiên 5 thẻ . Tìm xác suất P để không thẻ nào trong ba thẻ các ghi số 1, 2, 3 được rút.

A. $P=\dfrac{1}{21}$. **B.** $P=\dfrac{5}{14}$. **C.** $P=\dfrac{5}{9}$. **D.** $P=\dfrac{7}{25}$.

Câu 108: Một đa giác lồi 20 cạnh có bao nhiêu đường chéo ?

A. 180. **B.** 380. **C.** 170. **D.** 190.

Câu 109: Tìm giá trị của biểu thức $H=C_5^3C_4^2+C_4^2C_3^1+C_3^1C_3^0$.

A. $H=210$. **B.** $H=9$. **C.** $H=81$. **D.** $H=18$.

Câu 110: Khai triển đa thức $P(x)=(2x-1)^{1000}$ ta được $P(x)=a_{1000}x^{1000}+a_{999}x^{999}+...+a_1x+a_0$.
Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $a_{1000}+a_{999}+...+a_1=2^n$. **B.** $a_{1000}+a_{999}+...+a_1=2^n-1$.

C. $a_{1000}+a_{999}+...+a_1=1$. **D.** $a_{1000}+a_{999}+...+a_1=0$.

Câu 111: Một hộp đựng bốn viên bi xanh, ba viên bi đỏ và hai viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên hai viên bi. Tìm xác suất P để chọn được hai viên bi cùng màu.

A. $P=\dfrac{5}{9}$. **B.** $P=\dfrac{5}{18}$. **C.** $P=\dfrac{5}{16}$. **D.** $P=\dfrac{13}{18}$.

Câu 112: Một câu lạc bộ Toán học lúc thành lập có 14 thành viên, cần bầu chọn ra một thành viên làm giám đốc CLB, một thành viên làm phó giám đốc CLB và một thành viên làm kế toán trưởng CLB. Hỏi có bao nhiêu cách chọn để bầu mà không có ai kiêm nhiệm ?

A. 2184. **B.** 364. **C.** 42. **D.** 14!.

Câu 113: Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ trong khoảng (2000; 3000) có thể tạo nên từ các chữ số 1,2,3,4,5,6 nếu các chữ số đó không nhất thiết khác nhau.

A. 108. **B.** 36. **C.** 48. **D.** 72.

Câu 114: Một tổ gồm có 8 nam và 6 nữ. Cần chọn một nhóm 5 người trong đó có 2 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ?

A. 240240. **B.** 840. **C.** 120. **D.** 2002.

Câu 115: Số 2025000 có bao nhiêu ước nguyên dương ?

A. 240. **B.** 120. **C.** 221. **D.** 210.

Câu 116: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Hỏi bao nhiêu là số chẵn ?

A. 120. **B.** 100. **C.** 60. **D.** 90.

Câu 117: Cho đa giác đều n đỉnh, $n\in\mathbb{N}$ và $n\geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 27 đường chéo.

A. $n=9$. **B.** $n=10$. **C.** $n=12$. **D.** $n=7$.

Câu 118: Cho tập A gồm n phần tử $(n\geq 4)$. Biết rằng số tập con gồm 4 phần tử của A bằng 20 lần số tập con gồm 2 phần tử của A. Tìm n.

A. $n=9$. **B.** $n=18$. **C.** $n=20$. **D.** $n=8$.

Câu 119: Giải phương trình $C_{n+1}^2+2C_{n+2}^2+2C_{n+3}^2+C_{n+4}^2=149$.

A. $n=4$. **B.** $n=5$ và $n=-9$. **C.** $n=5$. **D.** $n=9$.

Câu 120: Có 4 con đường từ A đến B, 2 con đường nối từ B đến C và 3 con đường nối từ C đến D. Có bao nhiêu cách đi từ A đến D rồi quay lại A ?

A. 504. **B.** 576. **C.** 192. **D.** 675.

Câu 121: Cần phân công ba bạn từ một tổ có 10 bạn để trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách phân công khác nhau ?

A. 120. **B.** 360. **C.** 720. **D.** 30.

Câu 122: Cho khai triển $(1+2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$. Biết rằng $a_0+a_1+a_2+...+a_n=729$. Tìm n.

A. $n=9$. **B.** $n=5$. **C.** $n=6$. **D.** $n=7$.

Câu 123: Túi bên phải có 3 bi đỏ, 2 bi xanh; túi bên trái có 4 bi đỏ, 5 bi xanh. Lấy một bi từ mỗi túi một cách ngẫu nhiên. Tìm xác suất P sao cho hai bi lấy ra cùng màu.

A. $P=\frac{13}{45}$. **B.** $P=\frac{23}{45}$. **C.** $P=\frac{22}{45}$. **D.** $P=\frac{12}{45}$.

Câu 124: Một tổ học sinh có 5 nam và 5 nữ xếp thành một hàng dọc. Có bao nhiêu cách xếp khác nhau ?

A. 2.5!. **B.** 9!. **C.** 5!.5!. **D.** 10!.

Câu 125: Hỏi từ các chữ số 0,1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên mà mỗi số có 6 chữ số khác nhau và chữ số 2 và 3 đứng cạnh nhau ?

A. 192. **B.** 72. **C.** 48. **D.** 24.

Câu 126: Có bao nhiêu tập con của tập hợp gồm bốn điểm phân biệt ?

A. 16. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 18.

Câu 127: Giải phương trình $x^2-2nx-5=0$. Biết số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^{n-1}+C_5^n=9$.

A. $x=2\pm\sqrt{5}$. **B.** $x=4\pm\sqrt{21}$. **C.** $x=\pm 4$. **D.** $x=4\pm\sqrt{2}$.

Câu 128: Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Tìm xác suất P để cả bốn lần xuất hiện mặt sấp.

A. $P=\frac{6}{16}$. **B.** $P=\frac{1}{16}$. **C.** $P=\frac{2}{16}$. **D.** $P=\frac{4}{16}$.

Câu 129: Giả sử có bảy bông hoa màu khác nhau và ba lọ khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách cắm ba bông hoa vào ba lọ đã cho (mỗi lọ cắm một bông) ?

A. 210. **B.** 105. **C.** 21. **D.** 120.

Câu 130: Tại một buổi lễ có 13 cặp vợ chồng tham dự. Mỗi ông bắt tay một lần với mọi người trừ vợ mình. Các bà không ai bắt tay với nhau. Hỏi có bao nhiêu cái bắt tay ?

A. 216. **B.** 234. **C.** 78. **D.** 185.

Câu 131: Có 5 người đến buổi hòa nhạc. Tìm số cách xếp 5 người này vào một hàng có 5 ghế.

A. 10. **B.** 5. **C.** 125. **D.** 120.

Câu 132: Trong các số tự nhiên từ 100 đến 999 có bao nhiêu số mà các chữ số của nó tăng dần hoặc giảm dần ?

A. 204. **B.** 120. **C.** 168. **D.** 312.

Câu 133: Tìm giá trị của biểu thức $F=1-10C_{2n}^1+10^2C_{2n}^2-10^3C_{2n}^3+...-10^{2n-1}C_{2n}^{2n-1}+10^{2n}$.

A. $F=81^{2n}$. **B.** $F=10^n$. **C.** $F=10^{2n}$. **D.** $F=81^n$.

Câu 134: Tìm số nguyên dương $n: C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + ... + 2^n C_n^n = 243$.

A. $n = 5$. **B.** $n = 7$. **C.** $n = 9$ và $n = 7$. **D.** $n = 4$ và $n = 5$.

Câu 135: Viết ngẫu nhiên một số gồm 5 chữ số đôi một khác nhau và 5 chữ số đó không có chữ số 0. Tìm xác suất P để viết được ít nhất 2 chữ số là số chẵn.

A. $P = \frac{1}{126}$. **B.** $P = \frac{1}{6}$. **C.** $P = \frac{10}{63}$. **D.** $P = \frac{5}{6}$.

Câu 136: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên bé hơn 1000. Tìm xác suất *P* để số đó chia hết cho 5.

A. $P = 0,4$. **B.** $P = 0,7$. **C.** $P = 0,5$. **D.** $P = 0,2$.

Câu 137: Có 5 nhà Toán học nam, 3 nhà Toán học nữ và 4 nhà Vật lý nam. Lập một đoàn công tác 3 người cần có cả nam và nữ. Cần có cả nhà Toán học và nhà Vật lý. Hỏi có bao nhiêu cách lập ?

A. 1320. **B.** 90. **C.** 32. **D.** 220.

Câu 138: Có hai hộp chứa các quả cầu. Hộp thứ nhất chứa 6 quả cầu trắng, 4 quả cầu đen. Hộp thứ hai chứa 4 quả cầu trắng, 6 quả cầu đen. Từ mỗi hộp lấy ngẫu nhiên một quả. Tìm xác suất *P* để lấy ra hai quả khác màu.

A. $P = \frac{3}{5}$. **B.** $P = \frac{12}{25}$. **C.** $P = \frac{24}{25}$. **D.** $P = \frac{13}{25}$.

Câu 139: Có bao nhiêu số gồm 8 chữ số, trong đó có đúng hai chữ số 2 ?

A. 13 640 319. **B.** 10 640 319. **C.** 9 920 232. **D.** 3 720 087.

Câu 140: Từ 7 chữ số 0;1;2;3;4;5;6 có thể lập được bao nhiêu số chẵn, mỗi số gồm 5 chữ số khác nhau?

A. 2520. **B.** 21. **C.** 1260. **D.** 5040.

Câu 141: Trong kì thi cuối năm lớp 11, xác suất để Bình đạt điểm giỏi môn toán là 0,92; môn văn là 0,88. Tìm xác suất *P* để Bình đạt điểm giỏi ít nhất một môn.

A. 0,9904. **B.** 0,5. **C.** 0,8096. **D.** 0,0096.

Câu 142: Tìm hệ số của x^7 trong khai triển $\left(3x^2 - \frac{2}{x}\right)^n$ với $x \neq 0$, biết hệ số của số hạng thứ ba trong khai triển bằng 1080.

A. -810. **B.** 10. **C.** -1800. **D.** 1034.

Câu 143: Một hộp chứa 12 thẻ, trong đó có 2 thẻ ghi số 1; 4 thẻ ghi số 5 và 6 thẻ ghi số 10. Chọn ngẫu nhiên 6 thẻ. Tìm xác suất *P* để các số được chọn có tổng các số không nhỏ hơn 50.

A. $P = \frac{132}{924}$. **B.** $P = \frac{37}{924}$. **C.** $P = \frac{127}{924}$. **D.** $P = \frac{99}{924}$.

Câu 144: Gieo một con súc sắc cân đối ba lần. Tìm xác suất *P* để có đúng hai lần xuất hiện mặt 6 chấm.

A. $P = \frac{15}{216}$. **B.** $P = \frac{5}{216}$. **C.** $P = \frac{5}{6}$. **D.** $P = \frac{1}{216}$.

Câu 145: Hỏi có bao nhiêu số chẵn gồm 6 số khác nhau đôi một trong đó chữ số đầu tiên là chữ số lẻ ?

A. 40000. **B.** 24000. **C.** 48000. **D.** 42000.

Câu 146: Học sinh *A* thiết kế bảng điều kiển điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi một số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn liên tiếp 3 nút khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút đó theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10. Học sinh *B* không biết quy tắc mở cửa trên, đã nhấn ngẫu nhiên liên tiếp 3 nút khác nhau trên bảng điều kiển. Tìm xác suất *P* để *B* mở được cửa phòng học đó.

A. $P = \frac{2}{45}$. **B.** $P = \frac{1}{45}$. **C.** $P = \frac{1}{90}$. **D.** $P = \frac{1}{9}$.

Câu 147: Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà hai chữ số của nó đều chẵn ?

A. 10. **B.** 16. **C.** 20. **D.** 25.

Câu 148: Một chiếc tàu của tập đoàn dầu khí quốc gia Việt Nam khoan thăm dò dầu khí trên thềm lục địa tỉnh Bình Thuận có xác suất khoan trúng túi dầu là *P*. Tìm *P* biết rằng trong hai lần khoan độc lập, xác suất để chiếc tàu đó khoan trúng túi dầu ít nhất một lần là 0,36.

A. $P=\frac{3}{5}.$ **B.** $P=\frac{5}{9}.$ **C.** $P=\frac{1}{2}.$ **D.** $P=\frac{1}{5}.$

Câu 149: Giải bất phương trình $2C_{x+1}^{2}+3A_{x}^{2}<30.$

A. $-\frac{5}{2}<x<3.$ **B.** $x=3.$ **C.** $x=2.$ **D.** $0<x\le 3.$

Câu 150: Gieo hai con súc sắc cân đối một cách độc lập. Tìm xác suất *P* để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 8.

A. $P=\frac{5}{36}.$ **B.** $P=\frac{1}{12}.$ **C.** $P=\frac{5}{6}.$ **D.** $P=\frac{2}{21}.$

Câu 151: Từ một hộp chứa ba quả cầu trắng và hai quả cầu đen lấy ngẫu nhiên hai quả. Tìm xác suất *P* để lấy được hai quả cầu trắng .

A. $P=\frac{12}{30}.$ **B.** $P=\frac{9}{30}.$ **C.** $P=\frac{10}{30}.$ **D.** $P=\frac{6}{30}.$

Câu 152: Có 5 bạn nam và 5 bạn nữ xếp ngồi ngẫu nhiên quanh bàn tròn. Tìm xác suất *P* để cho nam, nữ ngồi xen kẽ nhau.

A. $P=\frac{2880}{482880}.$ **B.** $P=\frac{2880}{362880}.$ **C.** $P=\frac{2990}{362990}.$ **D.** $P=\frac{3880}{363880}.$

Câu 153: Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ một công ty sữa, người ta đã giử đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa để phân tích mẫu. Tính xác suất *P* để 3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại.

A. $P=\frac{5}{11}.$ **B.** $P=\frac{3}{11}.$ **C.** $P=\frac{3}{5}.$ **D.** $P=\frac{1}{5}.$

Câu 154: Gieo ba con súc sắc cân đối. Tìm xác suất *P* để số chấm xuất hiện trên ba con của ba con súc sắc nhu nhau.

A. $P=\frac{1}{36}.$ **B.** $P=\frac{1}{216}.$ **C.** $P=\frac{12}{216}.$ **D.** $P=\frac{3}{216}.$

Câu 155: Gieo một con súc sắc cân đối hai lần. Tìm xác suất *P* để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm.

A. $P=\frac{2}{9}.$ **B.** $P=\frac{12}{36}.$ **C.** $P=\frac{1}{6}.$ **D.** $P=\frac{11}{36}.$

Câu 156: Có bao nhiêu cách xếp năm bạn học sinh A,B,C,D và E vào một chiếc ghế dài đủ năm chỗ ngồi sao cho hai bạn *A* và *E* ngồi ở hai đầu ghế ?

A. 9. **B.** 12. **C.** 16. **D.** 24.

Câu 157: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 5 ?

A. 20. **B.** 925. **C.** 952. **D.** 120.

Câu 158: Từ một hộp chứa 6 quả cầu trắng và 4 qủa cầu đen, lấy ngẫu nhiên đồng thời 4 quả. Tính xác suất *P* sao cho bốn quả cầu lấy ra cùng màu.

A. $P=\frac{1}{14}.$ **B.** $P=\frac{7}{120}.$ **C.** $P=\frac{1}{210}.$ **D.** $P=\frac{8}{105}.$

Câu 159: Có hai hòm đựng thẻ, mỗi hòm đựng 12 thẻ đánh số từ 1 đến 12. Từ mỗi hòm rút ngẫu nhiên một thẻ. Tìm xác suất *P* để trong hai thẻ rút ra có ít nhất một thẻ đánh số 12.

A. $P=\frac{11}{12}.$ **B.** $P=\frac{1}{144}.$ **C.** $P=\frac{121}{144}.$ **D.** $P=\frac{23}{144}.$

Câu 160: Cho *n* số nguyên dương thỏa mãn $5C_{n}^{n-1}=C_{n}^{3}$. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(\frac{nx^2}{14}-\frac{1}{x}\right)^n, x\ne 0.$

A. $-35x^5$. **B.** $-\frac{35}{14}x^5$. **C.** $-\frac{35}{16}x^5$. **D.** $-\frac{37}{16}x^5$.

Câu 161: Cho tập nền $B=\{0;1;2;3;4;5\}$. Có thể lập được bao nhiêu số chẵn, mỗi số gồm 5 chữ số khác nhau ?

A. 213. **B.** 30. **C.** 312. **D.** 120.

Câu 162: Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ trong khoảng (2000; 3000) có thể tạo nên từ các chữ số 1,2,3,4,5,6 nếu các chữ số đó khác nhau.

A. 36. **B.** 60. **C.** 120. **D.** 108.

Câu 163: Giải phương trình $A_x^2.C_x^{x-1}=48$.

A. $x=4$. **B.** $x=5$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$ và $x=3$.

Câu 164: Có 4 con đường từ A đến B, 2 con đường nối từ B đến C và 3 con đường nối từ C đến D . Có bao nhiêu cách đi từ A đấn D mà qua B và C chỉ một lần ?

A. 8. **B.** 42. **C.** 24. **D.** 12.

Câu 165: Gieo ba con súc sắc cân đối một cách độc lập. Tìm xác suất *P* để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của ba con súc sắc bằng 9.

A. $P=\frac{5}{216}$. **B.** $P=\frac{5}{216}$. **C.** $P=\frac{9}{216}$. **D.** $P=\frac{25}{216}$.

Câu 166: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(1+x)^{12}$.

A. 297. **B.** 792. **C.** 729. **D.** 972.

Câu 167: Gieo hai con súc sắc cân đối. Tìm xác suất *P* để hiệu số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 2.

A. $P=\frac{1}{12}$. **B.** $P=\frac{2}{9}$. **C.** $P=\frac{5}{36}$. **D.** $P=\frac{1}{9}$.

Câu 168: Một hộp đựng 5 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 3 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên hai viên bi. Tìm xác suất *P* để chọn được hai viên bi khác màu.

A. $P=\frac{19}{66}$. **B.** $P=\frac{47}{66}$. **C.** $P=\frac{12}{66}$. **D.** $P=\frac{6}{66}$.

Câu 169: Cho đa giác đều *n* đỉnh ($n\in\mathbb{N}, n\geq 3$). Tìm *n* biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo.

A. $n=27$. **B.** $n=18$. **C.** $n=21$. **D.** $n=15$.

Câu 170: Có bao nhiêu cách xếp năm bạn học sinh A,B,C,D và *E* vào một chiếc ghế dài đủ năm chỗ ngồi sao cho bạn *C* ngồi chính giữa?

A. 16. **B.** 24. **C.** 12. **D.** 42.

Câu 171: Một con súc sắc cân đối được gieo ba lần. Tìm xác suất *P* để tổng số chấm xuất hiện ở hai lần gieo đầu bằng số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ ba.

A. $P=\frac{10}{216}$. **B.** $P=\frac{16}{216}$. **C.** $P=\frac{15}{216}$. **D.** $P=\frac{12}{216}$.

Câu 172: Trên tập $B=\{1;2;3;4;5;6;7\}$ có thể lập thành được bao số tự nhiên gồm bảy chữ số khác nhau.

A. 4050. **B.** 4500. **C.** 5400. **D.** 5040.

Câu 173: Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $C_x^{x-1}+C_x^{x-2}+C_x^{x-3}+...+C_x^{x-10}=1023$.

A. $x=10$. **B.** $x=11$ và $x=8$. **C.** $x=11$. **D.** $x=10$ và $x=9$.

Câu 174: Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(\frac{1}{x^3}+\sqrt{x^5}\right)^n$, biết rằng $C_{n+4}^{n+1}-C_{n+3}^{n}=7(n+3)$.

A. $C_{12}^{8}.x^8$. **B.** $C_{12}^{4}.x^8$. **C.** $C_{8}^{2}.x^8$. **D.** $C_{10}^{8}.x^8$.

Câu 175: Số 31752000 có bao nhiêu ước nguyên dương ?

A. 420 **B.** 120 **C.** 240 **D.** 128

Câu 176: Một tập hợp có 100 phần tử. Hỏi nó có bao nhiêu tập con có nhiều hơn 2 phần tử ?

A. $2^{100}-5051$. **B.** $2^{100}+5051$. **C.** 2^{100}. **D.** 5051.

Câu 177: Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 4 chữ số khác nhau và lớn hơn 6000 ?

A. 1008. **B.** 24000. **C.** 3003. **D.** 1800.

Câu 178: Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, có bao nhiêu cách chọn một số hoặc là số chẵn hoặc là số nguyên tố ?

A. 9. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 179: Trong đợt ứng phó dịch MERS-CoV, Sở Y tế thành phố đã chọn ngẫu nhiên 3 đội phòng chống dịch cơ động trong 5 đội của Trung tâm y tế dự phòng thành phố và 20 đội của các Trung tâm y tế cơ sở để kiểm tra công tác chuẩn bị. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho có ít nhất 2 đội của Trung tâm y tế cơ sở được chọn.

A. 2900. **B.** 2300. **C.** 2090. **D.** 9020.

Câu 180: Giải bất phương trình sau: $\dfrac{A_{n+4}^4}{P_{n+2}}<\dfrac{15}{P_{n-1}}$.

A. $n=4,n=5,n=6$. **B.** $n=2,n=3,n=4$. **C.** $n=3,n=2,n=5$. **D.** $n=3,n=4,n=5$.

Câu 181: Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1, 2, 3, ..., 9. Rút ngẫu nhiên 2 thẻ và nhân hai số ghi trên hai thẻ với nhau. Tìm xác suất *P* để tích nhận được là số lẻ.

A. $P=\dfrac{5}{18}$. **B.** $P=\dfrac{2}{9}$. **C.** $P=\dfrac{13}{18}$. **D.** $P=\dfrac{1}{6}$.

Câu 182: Số 360 có bao nhiêu ước nguyên dương ?

A. 24. **B.** 36. **C.** 12. **D.** 42.

Câu 183: Giải phương trình $C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^2+...+C_{2n+1}^n=2^{20}-1$.

A. $n=10$ và $n=11$. **B.** $n=10$. **C.** $n=11$. **D.** $n=11$ và $n=7$.

ÔN TẬP THI THPT

Câu 1: Với n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2-C_{n+1}^{n-1}=54$, hệ số của số hạng chứa x^{20} trong khai triển $\left(x^5+\dfrac{2}{x^3}\right)^n$ bằng ?

A. $25344x^{20}$. **B.** 25344. **C.** 25342. **D.** $25342x^{20}$

Câu 2: Tìm hệ số của x^4 trong khai triển $P(x)=\left(1-x-3x^3\right)^n$ với n là số tự nhiên thỏa mãn hệ thức $C_n^{n-2}+6n+5=A_{n+1}^2$.

A. 480. **B.** 310. **C.** $480x^4$. **D.** $310x^4$.

Câu 3: Ba bạn A,B,C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn [1;19]. Tìm xác suất P để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3.

A. $P=\dfrac{1072}{6859}$. **B.** $P=\dfrac{2287}{6859}$. **C.** $P=\dfrac{2539}{6859}$. **D.** $P=\dfrac{109}{323}$.

Câu 4: Một tổ gồm 9 học sinh gồm 4 học sinh nữ và 5 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên từ tổ đó ra 3 học sinh. Tìm xác suất *P* để trong 3 học sinh chọn ra có số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ.

A. $P=\dfrac{11}{21}$. **B.** $P=\dfrac{10}{21}$. **C.** $P=\dfrac{17}{42}$. **D.** $P=\dfrac{25}{42}$.

Câu 5: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $P(x)=(x+1)^6+(x+1)^7+...+(x+1)^{12}$.

A. 1711. **B.** 1715. **C.** 1287. **D.** 1800.

Câu 6: Cho tổng các hệ số của khai triển của nhị thức $\left(x+\frac{1}{x}\right)^n, n\in N^*$ bằng 64. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển đó.

A. $T_3 = 15$. **B.** $T_2 = 15$. **C.** $T_4 = -10$. **D.** $T_5 = 20$.

Câu 7: Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^3 = 13n$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển của biểu thức $\left(x^2+\frac{1}{x^3}\right)^n, x\neq 0$.

A. 101. **B.** 120. **C.** 210. **D.** 240.

Câu 8: Với năm chữ số 1, 2, 3, 4, 7 có thể lập được bao nhiêu số có 5 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 2?

A. 48. **B.** 120. **C.** 24. **D.** 12.

Câu 9: Từ 15 học sinh gồm 6 học sinh giỏi, 5 học sinh khá, 4 học sinh trung bình, giáo viên muốn lập thành 5 nhóm làm 5 bài tập lớn khác nhau, mỗi nhóm 3 học sinh. Tính xác suất để nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá.

A. $P = \frac{216}{7007}$. **B.** $P = \frac{108}{7007}$. **C.** $P = \frac{216}{35035}$. **D.** $P = \frac{72}{7007}$.

Câu 10: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ tập $A = \{0;1;2;3;...;9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Tìm xác suất P để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 7875.

A. $P = \frac{3}{50000}$. **B.** $P = \frac{1}{15000}$. **C.** $P = \frac{1}{450000}$. **D.** $P = \frac{1}{5000}$.

Câu 11: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 6. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tìm xác xuất P để số được chọn chia hết cho 3.

A. $P = \frac{1}{10}$. **B.** $P = \frac{3}{5}$. **C.** $P = \frac{2}{5}$. **D.** $P = \frac{2}{15}$.

Câu 12: Tìm hệ số của x^9 trong khai triển biểu thức $f(x) = (1+x)^9 + (1+x)^{10} + ... + (1+x)^{14}$.

A. 3003. **B.** 2901. **C.** 3001. **D.** 1008.

Câu 13: Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 38 học sinh ?

A. A_{38}^2. **B.** 2^{38}. **C.** C_{38}^2. **D.** 38^2.

Câu 14: Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Biết $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}$. Tính $P(A\cup B)$.

A. $P(A\cup B) = \frac{1}{12}$. **B.** $P(A\cup B) = \frac{1}{7}$. **C.** $P(A\cup B) = \frac{7}{12}$. **D.** $P(A\cup B) = \frac{1}{2}$.

Câu 15: Một lớp học có 30 học sinh gồm có cả nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của Đoàn trường. Xác suất chọn được 2 nam và 1 nữ là $\frac{12}{29}$. Tính số học sinh nữ của lớp.

A. 15. **B.** 14. **C.** 17. **D.** 16.

Câu 16: Số các tổ hợp chập k của n $(0\le k\le n)$ phần tử là:

A. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. **C.** $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. **D.** $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 17: Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^{3n+1}$ với $x\neq 0$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $3C_{n+1}^2 + nP_2 = 4A_n^2$.

A. $210x^6$. **B.** $252x^6$. **C.** 210. **D.** 252.

Câu 18: Danh sách lớp của bạn Phúc đánh số từ 1 đến 45 . Phúc có số thứ tự là 21. Chọn ngẫu nhiên một bạn trong lớp để trực nhật. Tính xác suất P để chọn được bạn có số thứ tự lớn hơn số thứ tự của Phúc.

A. $P = \frac{2}{5}$. **B.** $P = \frac{21}{45}$. **C.** $P = \frac{24}{45}$. **D.** $P = \frac{1}{9}$.

Câu 19: Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau ?

A. 720. **B.** 3003. **C.** 540. **D.** 328.

Câu 20: Tính tổng S của các hệ số trong khai triển biểu thức $(1-2x)^{2018}$.

A. $S = 2018$. **B.** $S = 1$. **C.** $S = -1$. **D.** $S = 2019$.

Câu 21: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(x-2)^6 + (3x-1)^8$.

A. 13668. **B.** -13668. **C.** -13548. **D.** 13548.

Câu 22: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^n$ $(x \neq 0)$, biết rằng $1.C_n^1 + 2.C_n^2 + 3.C_n^3 + ... + n.C_n^n = 256n$ (C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

A. 4889888. **B.** 49888. **C.** 48988. **D.** 489888.

Câu 23: Từ một hộp chứa 9 quả cầu màu đỏ và 6 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Tìm xác suất P để lấy được 3 quả cầu màu xanh.

A. $P = \frac{12}{65}$. **B.** $P = \frac{4}{91}$. **C.** $P = \frac{24}{91}$. **D.** $P = \frac{5}{21}$.

Câu 24: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^1 - C_n^2 = 5$. Tìm hệ số a của x^4 trong khai triển của biểu thức $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^n$.

A. $a = 3360$. **B.** $a = 256$. **C.** $a = 45$. **D.** $a = 11520$.

Câu 25: Tìm hệ số của x^{10} trong khai triển biểu thức $\left(1 + x + x^2 + x^3\right)^5$.

A. 101. **B.** 109. **C.** 210. **D.** 420.

Câu 26: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $P(x) = (1+x) + 2(1+x)^2 + ... + 8(1+x)^8$.

A. 256. **B.** 720. **C.** 190. **D.** 636.

Câu 27: Biết hệ số của x^2 trong khai triển biểu thức $(14+x)^n$ là 3040. Số nguyên dương n bằng bao nhiêu?

A. $n = 22$. **B.** $n = 19$. **C.** $n = 21$. **D.** $n = 20$.

Câu 28: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6 + (x-3)^8$.

A. -1272. **B.** -1752. **C.** 1272. **D.** 1752.

Câu 29: Tìm hệ số của x^7 trong khai triển biểu thức $\left(3x^2 - \frac{2}{x}\right)^n$ với $x \neq 0$, biết hệ số của số hạng thứ ba trong khai triển bằng 1080.

A. -810. **B.** 1800. **C.** -180. **D.** 1080.

Câu 30: Từ một hộp chứa 10 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Tìm xác suất P để lấy được 3 quả cầu màu xanh.

A. $P = \frac{24}{91}$. **B.** $P = \frac{12}{91}$. **C.** $P = \frac{2}{91}$. **D.** $P = \frac{1}{12}$.

Câu 31: Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn [1;14]. Tìm xác suất P để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3.

A. $P = \frac{31}{91}$. **B.** $P = \frac{457}{1372}$. **C.** $P = \frac{307}{1372}$. **D.** $P = \frac{207}{1372}$.

Câu 32: Cho A và B là hai biến cố xung khắc. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P(A) + P(B) < 1$.

B. $P(A) + P(B) = 1$

C. Hai biến cố A và B đồng thời xảy ra.
D. Hai biến cố A và B không đồng thời xảy ra..

Câu 33: Có bao nhiêu cách xếp 5 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Lý và 8 cuốn sách Hóa lên một kệ sách sao cho các cuốn sách cùng một môn học thì xếp cạnh nhau, biết các cuốn sách đôi một khác nhau?
A. 5!.6!.8!. **B.** 3.5!.6!.8!. **C.** 1440. **D.** 6.5!.6!.8!.

Câu 34: Tính tổng $S = C_{2018}^{1} - 2.5C_{2018}^{2} + 3.5^2C_{2018}^{3} - ... - 2018.5^{2017}C_{2018}^{2018}$.
A. $S = 1009.2^{4035}$. **B.** $S = -1009.2^{4034}$. **C.** $S = -1009.2^{4035}$. **D.** $S = 1009.2^{4034}$.

Câu 35: Cho khai triển $(1-2x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{20}x_{20}$. Tìm $S = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{20}$.
A. $S = 2^{20}$. **B.** $S = -1$. **C.** $S = 1$. **D.** $S = 3^{20}$.

Câu 36: Số tự nhiên n thỏa $C_n^1 + 2.C_n^2 + ... + n.C_n^n = 11264$. Tìm n.
A. $n = 9$. **B.** $n = 12$. **C.** $n = 11$. **D.** $n = 10$.

Câu 37: Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^{n} = 7(n+3)$.
A. 313. **B.** 495. **C.** 1303. **D.** 13129.

Câu 38: Tìm số cách chọn ra một nhóm 5 người trong 20 người sao cho trong nhóm đó có 1 tổ trưởng, 1 tổ phó và 3 thành viên còn lại có vai trò như nhau.
A. 1860480. **B.** 1140. **C.** 15504. **D.** 310080.

Câu 39: Cho A và B là hai biến cố độc lập với nhau biết $P(A) = 0,4; P(B) = 0,3$. Tính $P(AB)$.
A. $P(AB) = 0,7$. **B.** $P(AB) = 0,12$. **C.** $P(AB) = 0,58$. **D.** $P(AB) = 0,1$.

Câu 40: Biết tổng các hệ số của ba số hạng đầu trong khai triển $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k (-1)^k \left(x^2\right)^{n-k} . \left(\frac{2}{x}\right)^k$ bằng 49. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển đó.
A. -160. **B.** -170. **C.** 120. **D.** 220.

Câu 41: Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau ?
A. 2^8. **B.** A_8^2. **C.** C_8^2. **D.** 8^2.

Câu 42: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6 + (3x-1)^8$.
A. -13848. **B.** 13848. **C.** 13368. **D.** -13368.

Câu 43: Có 11 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 11, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Tìm xác suất P để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn.
A. $P = \frac{8}{11}$. **B.** $P = \frac{9}{11}$. **C.** $P = \frac{2}{11}$. **D.** $P = \frac{3}{11}$.

Câu 44: Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;16]$. Tìm xác suất P để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3.
A. $P = \frac{77}{512}$. **B.** $P = \frac{19}{56}$. **C.** $P = \frac{1457}{4096}$. **D.** $P = \frac{683}{2048}$.

Câu 45: Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$. Tìm xác suất P để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3.
A. $P = \frac{23}{68}$. **B.** $P = \frac{1637}{4913}$. **C.** $P = \frac{1728}{4913}$. **D.** $P = \frac{1079}{4913}$.

Câu 46: Lớp 11A có 40 học sinh trong đó có 12 học sinh đạt điểm tổng kết môn Hóa học loại giỏi và 13 học sinh đạt điểm tổng kết môn Vật lí loại giỏi. Biết rằng khi chọn một học sinh của lớp đạt điểm tổng kết môn Hóa học hoặc Vật lí loại giỏi có xác suất là 0,5. Tìm số học sinh đạt điểm tổng kết giỏi cả hai môn Hóa học và Vật lí.
A. 5. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 47: Lớp 11A có 44 học sinh trong đó có 14 học sinh đạt điểm tổng kết môn Hóa học loại giỏi và 15 học sinh đạt điểm tổng kết môn Vật lý loại giỏi. Biết rằng khi chọn một học sinh của lớp đạt điểm tổng kết môn Hóa học hoặc Vật lý loại giỏi có xác suất là $0,5$. Tìm số học sinh đạt điểm tổng kết giỏi cả hai môn Hóa học và Vật lý.

A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 48: Cho hình vuông $ABCD$. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt cho 1, 2, 3 và n điểm phân biệt $(n \geq 3,\ n \in \mathbb{N})$ khác A, B, C, D. Lấy ngẫu nhiên 3 điểm từ $n+6$ điểm đã cho. Biết xác suất lấy được 1 tam giác là $\dfrac{439}{560}$. Tìm n.

A. $n=10$. **B.** $n=21$. **C.** $n=7$. **D.** $n=12$.

Câu 49: Trong kì thi thử THPT Quốc Gia, An làm đề thi trắc nghiệm môn Toán. Đề thi gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng; trả lời đúng mỗi câu được $0,2$ điểm. An trả lời hết các câu hỏi và chắc chắn đúng 45 câu, 5 câu còn lại An chọn ngẫu nhiên. Tính xác suất để điểm thi môn Toán của An không dưới $9,5$ điểm.

A. $P=\dfrac{3}{4}$. **B.** $P=\dfrac{13}{1024}$. **C.** $P=\dfrac{53}{512}$. **D.** $P=\dfrac{7}{1024}$.

Câu 50: Một hộp đựng hai viên bi màu vàng và ba viên bi màu đỏ. Có bao nhiêu cách lấy ra hai viên bi trong hộp?

A. 10. **B.** 20. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 51: Một đề kiểm tra 15 phút có 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó có một phương án đúng, trả lời đúng được $1,0$ điểm. Một thí sinh làm cả 10 câu, mỗi câu chọn một phương án. Tìm xác suất P để thí sinh đó đạt từ $8,0$ trở lên.

A. $P=\dfrac{436}{4^{10}}$. **B.** $P=\dfrac{65}{4^{10}}$. **C.** $P=\dfrac{101}{4^{10}}$. **D.** $P=\dfrac{56}{4^{10}}$.

Câu 52: Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh ?

A. 34^2. **B.** A_{34}^2. **C.** C_{34}^2. **D.** 2^{34}.

Câu 53: Cho số nguyên dương n thỏa mãn $C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \cdots + C_{2n}^{2n-1} = 512$. Tính tổng $S = 2^2C_n^2 - 3^2C_n^3 + \cdots + (-1)^n.n^2.C_n^n$.

A. $S=7$. **B.** $S=9$. **C.** $S=-1$. **D.** $S=5$.

Câu 54: Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau ?

A. 7^2. **B.** C_7^2. **C.** A_7^2. **D.** 2^7.

Câu 55: Trong mặt phẳng cho 15 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Tìm số tam giác có đỉnh là 3 trong số 15 điểm đã cho.

A. A_{15}^3. **B.** $A_{15}^3 - 15$. **C.** C_{15}^3. **D.** $C_{15}^3 - 15$.

Câu 56: Số đường chéo của đa giác đều có 20 cạnh là bao nhiêu?

A. 20. **B.** 170. **C.** 360. **D.** 190.

Câu 57: Cho các số nguyên dương k, n $(k<n)$. Mệnh đề nào dưới đây sai ?

A. $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$. **B.** $A_n^k = k!.C_n^k$. **C.** $C_n^{n-k} = C_n^k$. **D.** $C_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 58: Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 4 học sinh tên Anh. Trong một lần kiểm tra bài cũ, thầy giáo gọi ngẫu nhiên hai học sinh trong lớp lên bảng. Tìm xác suất để hai học sinh tên Anh lên bảng.

A. $P=\dfrac{1}{260}$. **B.** $P=\dfrac{1}{780}$. **C.** $P=\dfrac{1}{390}$. **D.** $P=\dfrac{1}{130}$.

Câu 59: Cho khai triển $(1-4x)^{18} = a_0 + a_1x + ...a_{18}x^{18}$. Tìm a_3.

A. $a_3 = -52224$. **B.** $a_3 = 2448$. **C.** $a_3 = 52224$. **D.** $a_3 = -2448$.

Câu 60: Trong một chiếc hộp có 7 viên bi trắng, 8 viên bi đỏ và 10 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 6 viên bi. Tính xác suất của biến cố A: "6 viên bi lấy ra cùng một màu".

A. $P(A)=\dfrac{17}{5060}$. **B.** $P(A)=\dfrac{7}{5060}$. **C.** $P(A)=\dfrac{73}{5060}$. **D.** $P(A)=\dfrac{27}{5060}$.

Câu 61: Một đề thi môn Toán có 50 câu hỏi trắc nghiệm khách quan, mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời, trong đó có một phương án đúng. Học sinh chọn đúng đáp án được $0,2$ điểm, chọn sai đáp án không được điểm. Một học sinh làm đề thi đó, chọn ngẫu nhiên các phương án trả lời của tất cả 50 câu hỏi. Tìm xác suất P để học sinh đó được $5,0$ điểm.

A. $P=\dfrac{1}{2}$. **B.** $P=\dfrac{3^{25}.A_{50}^{25}}{4^{50}}$. **C.** $P=\dfrac{3^{25}.C_{50}^{25}}{4^{50}}$. **D.** $P=\dfrac{C_{50}^{25}}{4^{50}}$.

Câu 62: Trong không gian cho $2n$ điểm phân biệt $(n\geq 3, n\in\mathbb{N})$, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng và trong $2n$ điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên mặt phẳng. Biết rằng có đúng 505 mặt phẳng phân biệt được tạo thành từ $2n$ điểm đã cho. Tìm n?

A. $n=8$. **B.** $n=9$. **C.** $n=12$. **D.** $n=22$.

Câu 63: Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Tìm xác suất P để lấy được 3 quả cầu màu xanh.

A. $P=\dfrac{4}{165}$. **B.** $P=\dfrac{4}{455}$. **C.** $P=\dfrac{24}{455}$. **D.** $P=\dfrac{33}{91}$.

Câu 64: Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(1+x+x^2+x^3\right)^{10}$.

A. 1340. **B.** 1001. **C.** 1902. **D.** 252.

Câu 65: Cho số tự nhiên n thỏa mãn $A_n^2+2C_n^n=22$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển của biểu thức $(3x-4)^n$.

A. 4200. **B.** 1080. **C.** -1440. **D.** 4320.

Câu 66: Tìm giá trị của $H=\dfrac{1}{1!2018!}+\dfrac{1}{2!2017!}+\dfrac{1}{3!2016!}+...+\dfrac{1}{1008!1011!}+\dfrac{1}{1009!1010!}$.

A. $H=\dfrac{2^{2017}-1}{2018!}$. **B.** $H=\dfrac{2^{2018}}{2019!}$. **C.** $H=\dfrac{2^{2018}-1}{2019!}$. **D.** $H=\dfrac{2^{2017}}{2018!}$.

Câu 67: Từ 12 học sinh gồm 5 học sinh giỏi, 4 học sinh khá, 3 học sinh trung bình, giáo viên muốn thành lập 4 nhóm làm 4 bài tập lớn khác nhau, mỗi nhóm 3 học sinh. Tìm xác suất P để nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá.

A. $P=\dfrac{18}{385}$. **B.** $P=\dfrac{72}{385}$. **C.** $P=\dfrac{36}{385}$. **D.** $P=\dfrac{21}{385}$.

Câu 68: Từ một hộp chứa 7 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Tìm xác suất P để lấy được 3 quả cầu màu xanh.

A. $P=\dfrac{5}{12}$. **B.** $P=\dfrac{1}{22}$. **C.** $P=\dfrac{7}{44}$. **D.** $P=\dfrac{2}{7}$.

Câu 69: Xếp 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ vào một bàn tròn 10 ghế. Tìm xác suất P để không có hai học sinh nữ ngồi cạnh nhau.

A. $P=\dfrac{5}{120}$. **B.** $P=\dfrac{5}{1008}$. **C.** $P=\dfrac{1}{42}$. **D.** $P=\dfrac{5}{42}$.

Câu 70: Có bao nhiêu kết quả xảy ra khi bỏ phiếu bầu 1 bí thư, 2 phó bí thư và 1 ủy viên từ 30 đoàn viên thanh niên của một lớp học?

A. 164430. **B.** 4060. **C.** 24360. **D.** 328860.

Câu 71: Cho A là tập hợp gồm 20 điểm phân biệt. Số đoạn thẳng có hai đầu mút phân biệt thuộc tập A là bao nhiêu?

A. 380. **B.** 190. **C.** 120. **D.** 240.

Câu 72: Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được chọn từ các số $1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6$. Chọn ngẫu nhiên một số từ A. Tìm xác suất P để được một số chia hết cho 5.

A. $P = \frac{1}{30}$. **B.** $P = \frac{5}{6}$. **C.** $P = \frac{1}{6}$. **D.** $P = \frac{2}{3}$.

Câu 73: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + ... + 2^nC_n^n = 14348907$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức $\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^n, (x \neq 0)$.

A. 2310. **B.** 32760. **C.** 1324. **D.** 1365.

Câu 74: Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh đi lao động, trong đó có 2 học sinh nam ?

A. $C_6^2.C_9^4$. **B.** $A_6^2.A_9^4$. **C.** $C_6^2 + C_9^4$. **D.** $A_6^2 + A_9^4$.

Câu 75: Cho tập hợp $A = \{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số, các chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số thuộc tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tìm xác xuất P để số được chọn có tổng các chữ số bằng 10.

A. $P = \frac{3}{25}$. **B.** $P = \frac{3}{14}$. **C.** $P = \frac{5}{34}$. **D.** $P = \frac{2}{25}$.

Câu 76: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(3x-1)^6 + (2x-1)^8$.

A. 3007. **B.** -3007. **C.** -577. **D.** 577.

Câu 77: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $P(x) = x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$.

A. 3320. **B.** 510. **C.** 2230. **D.** 1232.

Câu 78: Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc A. Tính xác suất để số tự nhiên được chọn chia hết cho 25.

A. $P = \frac{1}{27}$. **B.** $P = \frac{13}{324}$. **C.** $P = \frac{43}{324}$. **D.** $P = \frac{11}{324}$.

Câu 79: Số tự nhiên n thỏa mãn $1.C_n^1 + 2.C_n^2 + ... + n.C_n^n = 1024$. Tìm n.

A. $n = 10$. **B.** $n = 9$. **C.** $n = 8$. **D.** $n = 7$.

Câu 80: Một hộp chứa 11 quả cầu trong đó có 5 quả màu xanh và 6 quả đỏ. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả cầu từ hộp đó. Tìm xác suất P để 2 lần đều lấy được quả màu xanh.

A. $P = \frac{2}{22}$. **B.** $P = \frac{4}{11}$. **C.** $P = \frac{9}{55}$. **D.** $P = \frac{1}{220}$.

ÔN KIỂM TRA CHƯƠNG II
ĐỀ 01

Câu 1: Trong kì thi THPT Quốc Gia năm 2016 có 4 môn thi trắc nghiệm và 4 môn thi tự luận. Một giáo viên được bốc thăm ngẫu nhiên để phụ trách coi thi 5 môn. Tìm xác suất P để giáo viên đó phụ trách coi thi ít nhất 2 môn trắc nghiệm.

A. $P = \frac{2}{7}$. **B.** $P = \frac{13}{14}$. **C.** $P = \frac{2}{5}$. **D.** $P = \frac{1}{4}$.

Câu 2: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất P để số được chọn là số chẵn.

A. $P = \frac{1}{3}$. **B.** $P = \frac{2}{7}$. **C.** $P = \frac{91}{210}$. **D.** $P = \frac{3}{7}$.

Câu 3: Có hai hộp chứa các quả cầu. Hộp thứ nhất chứa 6 quả cầu trắng, 4 quả cầu đen. Hộp thứ hai chứa 4 quả cầu trắng, 6 quả cầu đen. Từ mỗi hộp lấy ngẫu nhiên một quả. Tìm xác suất P để lấy ra hai quả khác màu.

A. $P = \frac{24}{25}$. **B.** $P = \frac{13}{25}$. **C.** $P = \frac{12}{25}$. **D.** $P = \frac{3}{5}$.

Câu 4: Có 5 nhà Toán học nam, 3 nhà Toán học nữ và 4 nhà Vật lý nam. Lập một đoàn công tác 3 người cần có cả nam và nữ. Cần có cả nhà Toán học và nhà Vật lý. Hỏi có bao nhiêu cách lập ?

A. 220. **B.** 90. **C.** 1320. **D.** 32.

Câu 5: Trong không gian cho tập hợp gồm 9 điểm trong đó không có 4 điểm nào đồng phẳng. Hỏi có thể lập được bao nhiêu tứ diện với các đỉnh thuộc tập hợp đã cho ?

A. 94. **B.** 36. **C.** 126. **D.** 3024.

Câu 6: Tìm số nghiệm của phương trình $2P_n + 6A_n^2 - P_nA_n^2 = 12$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 7: Cần phân công ba bạn từ một tổ có 10 bạn để trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách phân công khác nhau ?

A. 720. **B.** 360. **C.** 30. **D.** 120.

Câu 8: Một hộp đựng chín thẻ đánh số từ 1 đến 9. Tìm xác suất P để rút ngẫu nhiên hai thẻ rồi nhân hai số ghi trên thẻ với nhau có kết quả nhận được là một số chẵn.

A. $P = \frac{1}{6}$. **B.** $P = \frac{5}{9}$. **C.** $P = \frac{13}{18}$. **D.** $P = \frac{7}{18}$.

Câu 9: Tổ của An và Bình có 7 học sinh. Sắp xếp 7 học sinh ấy theo một hàng dọc mà An đứng đầu hàng, Bình đứng cuối hàng. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp như vậy ?

A. 120. **B.** 5040. **C.** 216. **D.** 240.

Câu 10: Một hộp đựng bốn viên bi xanh, ba viên bi đỏ và hai viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên hai viên bi. Tìm xác suất P để chọn được hai viên bi cùng màu.

A. $P = \frac{5}{9}$. **B.** $P = \frac{5}{18}$. **C.** $P = \frac{13}{18}$. **D.** $P = \frac{5}{16}$.

Câu 11: Biết hệ số của x^2 trong khai triển $(1+3x)^n$ là 90. Hãy tìm n.

A. $n = 5$. **B.** $n = 10$. **C.** $n = 9$. **D.** $n = 7$.

Câu 12: Cho A và B là hai biến cố độc lập với nhau biết $P(A) = 0,4; P(B) = 0,3$. Tính $P(AB)$.

A. $P(AB) = 0,1$. **B.** $P(AB) = 0,7$. **C.** $P(AB) = 0,58$. **D.** $P(AB) = 0,12$.

Câu 13: Trong mặt phẳng có 6 đường thẳng song song với nhau và 8 đường thẳng khác cũng song song với nhau đồng thời cắt 6 đường thẳng đã cho. Hỏi có bao nhiêu hình bình hành được tạo nên bởi 14 đường thẳng đã cho ?

A. 96. **B.** 420. **C.** 320. **D.** 48.

Câu 14: Cho n số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1}=C_n^3$. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(\frac{nx^2}{14}-\frac{1}{x}\right)^n, x\neq 0$.

A. $-\frac{37}{16}x^5$. B. $-\frac{35}{14}x^5$. C. $-\frac{35}{16}x^5$. D. $-35x^5$.

Câu 15: Giải phương trình $x^2-2nx-5=0$. Biết số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^{n-1}+C_5^n=9$.

A. $x=\pm 4$. B. $x=2\pm\sqrt{5}$. C. $x=4\pm\sqrt{21}$. D. $x=4\pm\sqrt{2}$.

Câu 16: Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau ?

A. 7^2. B. C_7^2. C. A_7^2. D. 2^7.

Câu 17: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất P để số được chọn là số chẵn.

A. $P=\frac{91}{210}$. B. $P=\frac{1}{3}$. C. $P=\frac{2}{7}$. D. $P=\frac{3}{7}$.

Câu 18: Xác suất bắn trúng mục tiêu của một vận động viên khi bắn một viên đạn là 0,6. Người đó bắn hai viên đạn một cách độc lập. Tìm xác suất P để một viên đạn trúng mục tiêu và một viên đạn trượt mục tiêu.

A. $P=0,48$. B. $P=0,56$. C. $P=0,84$. D. $P=0,98$.

Câu 19: Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, có bao nhiêu cách chọn một số hoặc là số chẵn hoặc là số nguyên tố ?

A. 3. B. 9. C. 5. D. 7.

Câu 20: Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh ?

A. C_{34}^2. B. 34^2. C. A_{34}^2. D. 2^{34}.

Câu 21: Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ một công ty sữa, người ta đã giử đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa để phân tích mẫu. Tính xác suất P để 3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại.

A. $P=\frac{3}{5}$. B. $P=\frac{1}{5}$. C. $P=\frac{5}{11}$. D. $P=\frac{3}{11}$.

Câu 22: Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Tìm xác suất P để lấy được 3 quả cầu màu xanh.

A. $P=\frac{24}{455}$. B. $P=\frac{4}{455}$. C. $P=\frac{4}{165}$. D. $P=\frac{33}{91}$.

Câu 23: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6+(3x-1)^8$.

A. -13368. B. 13368. C. -13848. D. 13848.

Câu 24: Một đa giác lồi 20 cạnh có bao nhiêu đường chéo ?

A. 190. B. 180. C. 170. D. 380.

Câu 25: Tìm giá trị của biểu thức $F=1-10C_{2n}^1+10^2C_{2n}^2-10^3C_{2n}^3+\ldots-10^{2n-1}C_{2n}^{2n-1}+10^{2n}$.

A. $F=81^n$. B. $F=81^{2n}$. C. $F=10^n$. D. $F=10^{2n}$.

ĐỀ 2

Câu 1: Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 38 học sinh ?

A. 38^2. **B.** A_{38}^2. **C.** C_{38}^2. **D.** 2^{38}.

Câu 2: Một lớp có 40 học sinh đăng kí chơi ít nhất một trong hai môn thể thao bóng đá và cầu lông. Có 30 em đăng kí môn bóng đá, 25 em đăng kí môn cầu lông. Hỏi có bao nhiêu em đăng kí cả hai môn thể thao ?

A. 20. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 5.

Câu 3: Một tổ có 8 em nam và 2 em nữ. Người ta cần chọn ra 5 em trong tổ tham dự cuộc thi học sinh thanh lịch của trường. Yêu cầu trong các em được chọn phải có ít nhất một em nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. 2. **B.** 192. **C.** 252. **D.** 196.

Câu 4: Một tổ có 7 nam sinh và 4 nữ sinh. Giáo viên cần chọn 3 học sinh xếp bàn ghế của lớp, trong đó có ít nhất 1 nam sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ?

A. 28. **B.** 161. **C.** 990. **D.** 165.

Câu 5: Gọi T_k là số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x-\frac{1}{x^2}\right)^6, x \neq 0$. Tìm số hạng T_k.

A. $T_4 = 240$. **B.** $T_3 = 420$. **C.** $T_3 = 240$. **D.** $T_6 = 240$.

Câu 6: Từ một hộp chứa 7 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Tìm xác suất P để lấy được 3 quả cầu màu xanh.

A. $P = \frac{1}{22}$. **B.** $P = \frac{5}{12}$. **C.** $P = \frac{7}{44}$. **D.** $P = \frac{2}{7}$.

Câu 7: Cho A , B là hai biến cố xung khắc. Biết $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}$. Tính $P(A \cup B)$.

A. $P(A \cup B) = \frac{7}{12}$. **B.** $P(A \cup B) = \frac{1}{12}$. **C.** $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. **D.** $P(A \cup B) = \frac{1}{7}$.

Câu 8: Có hai hộp chứa các quả cầu. Hộp thứ nhất chứa 6 quả cầu trắng, 4 quả cầu đen. Hộp thứ hai chứa 4 quả cầu trắng, 6 quả cầu đen. Từ mỗi hộp lấy ngẫu nhiên một quả. Tìm xác suất P để lấy ra hai quả cùng màu.

A. $P = \frac{12}{25}$. **B.** $P = \frac{13}{25}$. **C.** $P = \frac{24}{25}$. **D.** $P = 1$.

Câu 9: Một nhóm học sinh có 7 em nam và 3 em nữ. Người ta cần chọn ra 5 em trong nhóm tham gia đồng diễn thể dục. Trong 5 em được chọn, yêu cầu không có quá một em nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ?

A. 21. **B.** 231. **C.** 126. **D.** 105.

Câu 10: Một bài trắc nghiệm khách quan có 10 câu hỏi. Mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời. Hỏi có bao nhiêu phương án chọn trả lời ?

A. 4^{10}. **B.** 4. **C.** 10^4. **D.** 40.

Câu 11: Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau ?

A. C_8^2. **B.** 2^8. **C.** A_8^2. **D.** 8^2.

Câu 12: Trong đợt ứng phó dịch MERS-CoV, Sở Y tế thành phố đã chọn ngẫu nhiên 3 đội phòng chống dịch cơ động trong 5 đội của Trung tâm y tế dự phòng thành phố và 20 đội của các Trung tâm y tế cơ sở để kiểm tra công tác chuẩn bị. Tìm xác suất P để ít nhất 2 đội của Trung tâm y tế cơ sở được chọn.

A. $P = \frac{209}{230}$. **B.** $P = \frac{209}{230}$. **C.** $P = \frac{1}{115}$. **D.** $P = \frac{19}{46}$.

Câu 13: Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 4 chữ số khác nhau và lớn hơn 6000 ?

A. 24000. **B.** 1008. **C.** 1800. **D.** 3003.

Câu 14: Một hộp đựng bốn viên bi xanh, ba viên bi đỏ và hai viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên hai viên bi.

Tìm xác suất P để chọn được hai viên bi khác màu.

A. $P=\dfrac{2}{9}$. **B.** $P=\dfrac{9}{13}$. **C.** $P=\dfrac{5}{18}$. **D.** $P=\dfrac{13}{18}$.

Câu 15: Tìm giá trị của biểu thức $J=3^{17}C_{17}^{0}-4.3^{16}C_{17}^{1}+4^{2}.3^{15}C_{17}^{2}-4^{3}.3^{14}C_{17}^{3}+...-4^{17}C_{17}^{17}$.

A. $J=-1$. **B.** $J=7^{n}$. **C.** $J=12^{n}$. **D.** $J=17$.

Câu 16: Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và nằm trong khoảng (2000; 4000).

A. 1012. **B.** 1008. **C.** 1016. **D.** 1006.

Câu 17: Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2. Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác có các đỉnh là 3 điểm trong 37 điểm đã chọn trên d_1 và d_2.

A. 2720. **B.** 3230. **C.** 340. **D.** 5950.

Câu 18: Tìm tất cả giá trị n là số nguyên dương thoả mãn bất phương trình: $A_n^3+2C_n^{n-2}\le 9n$.

A. $n=3, n=5$. **B.** $n=4$. **C.** $n=3, n=4$. **D.** $n=3$.

Câu 19: Cho đa giác đều n đỉnh, $n\in\mathbb{N}$ và $n\ge 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 27 đường chéo.

A. $n=10$. **B.** $n=7$. **C.** $n=12$. **D.** $n=9$.

Câu 20: Cho số nguyên dương n thỏa mãn điều kiện $C_n^0-2C_n^1+4C_n^2=97$. Gọi T_k là số hạng chứa x^2 trong khai triển theo công thức nhị thức Niu_tơn của biểu thức $P(x)=\left(x+\dfrac{2}{x^2}\right)^n, x\ne 0$. Tìm số hạng T_k.

A. $T_2=121x^2$. **B.** $T_3=211x^2$. **C.** $T_2=112x^2$. **D.** $T_3=112x^2$.

Câu 21: Giải bất phương trình $-x^2-2x+8-n\ge 0$. Biết số nguyên dương n thỏa mãn $2C_n^3-A_{n+1}^{n-2}+90=0$.

A. $x\ge 2$. **B.** $-3\le x\le 1$. **C.** $x\le -3$. **D.** $-3\le x<2$.

Câu 22: Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6, người ta lập tất cả các số gồm 4 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số trong các số lập được. Tìm xác suất P để số được chọn chia hết cho 3.

A. $P=\dfrac{2}{3}$. **B.** $P=\dfrac{1}{3}$. **C.** $P=\dfrac{1}{360}$. **D.** $P=\dfrac{1}{15}$.

Câu 23: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6+(x-3)^8$.

A. 1272. **B.** -1272. **C.** -1752. **D.** 1752.

Câu 24: Trong khai triển của $(1+ax)^n$ ta có số hạng đầu là 1, số hạng thứ hai là $24x$, số hạng thứ ba là $252x^2$. Hãy tìm a và n.

A. $\begin{cases}a=8\\n=3\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a=3\\n=4\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a=2\\n=8\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a=3\\n=8\end{cases}$.

Câu 25: Cho tập A là một tập hợp có 20 phần tử. Hỏi có bao nhiêu tập con của tập A ?

A. 2^{20}. **B.** 20. **C.** 2^{20-1}. **D.** 20^{20}.

ĐÁP ÁN
CHƯƠNG II. TỔ HỢP VÀ XÁC SUẤT

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A		■						■							■			■		
B	■					■														
C			■				■		■	■	■	■		■		■	■		■	
D				■	■								■							■

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A						■		■							■					■
B				■													■		■	
C	■	■	■				■					■	■							
D					■				■	■	■			■		■		■		

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A	■							■				■	■		■					
B				■	■	■	■		■	■						■	■	■		
C			■																■	■
D		■									■			■						

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A								■										■		
B	■		■	■			■		■	■	■			■						
C		■			■	■						■								
D													■		■	■	■		■	■

	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
A			■				■		■									■		
B	■												■			■			■	■
C		■															■			
D				■	■	■		■		■	■	■		■	■					

	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
A				■			■					■	■				■			
B	■				■						■			■	■			■		■
C		■	■					■	■										■	
D						■				■						■				

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
A	■				■	■			■			■		■					■	
B							■	■		■							■			
C		■	■																	■
D				■							■		■		■	■		■		

	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
A																				
B																				
C																				
D																				

	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
A																				
B																				
C																				
D																				

	181	182	183
A			
B			
C			
D			

ÔN THI THPT

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A																				
B																				
C																				
D																				

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A																				
B																				
C																				
D																				

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A																				
B																				
C																				
D																				

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A																				
B																				
C																				
D																				

ÔN KIỂM TRA CHƯƠNG II

ĐỀ 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A						■			■		■							■		■
B	■		■	■						■			■							
C					■			■						■	■	■				
D		■					■					■					■		■	

	21	22	23	24	25
A			■		■
B		■			
C				■	
D	■				

ĐỀ 2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A						■	■	■		■		■			■					
B				■									■			■				
C	■	■			■				■		■							■		
D			■											■			■		■	■

	21	22	23	24	25
A					■
B	■	■	■		
C					
D				■	